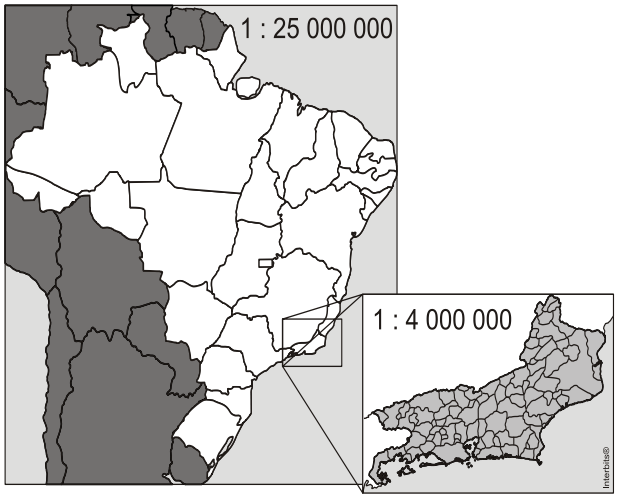
Grandezas proporcionais

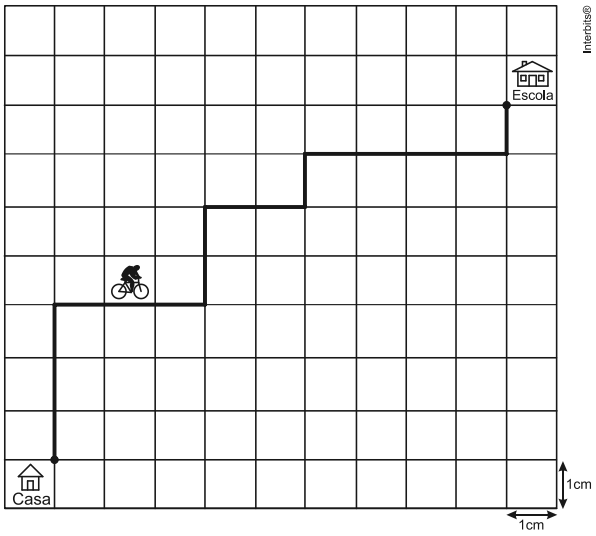
1. (Enem 2013) A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.



Há interesse em estimar o número de vezes que foi ampliada a área correspondente a esse estado no mapa do Brasil.

Esse número é
a) menor que 10.
b) maior que 10 e menor que 20.
c) maior que 20 e menor que 30.
d) maior que 30 e menor que 40.
e) maior que 40.

2. (Enem 2013) A Secretaria de Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal, uma bicicleta, que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno que morava mais distante da escola realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura, na escala $1:25000$, por um período de cinco dias.



Quantos quilômetros esse aluno percorreu na fase de implantação do programa?
a) 4
b) 8
c) 16
d) 20
e) 40

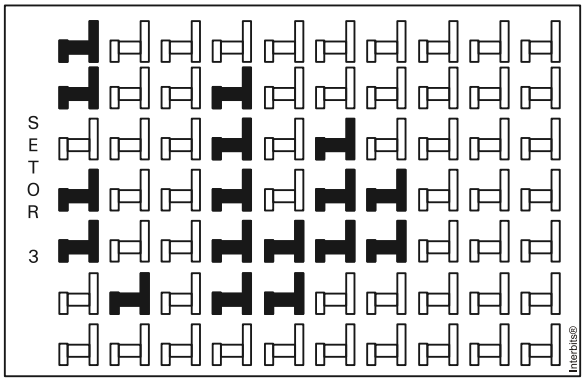
3. (Enem 2013) Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m^3. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m^3, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente.

A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a
a) 2.
b) 4.
c) 5.
d) 8.
e) 9.

4. (Enem 2013) Para se construir um contrapiso, é comum, na constituição do concreto, se utilizar cimento, areia e brita, na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14m^3 de concreto.

Qual é o volume de cimento, em m^3, na carga de concreto trazido pela betoneira?
a) 1,75
b) 2,00
c) 2,33
d) 4,00
e) 8,00

5. (Enem 2013) Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.



A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é

a) $\frac{17}{70}$

b) $\frac{17}{53}$

c) $\frac{53}{70}$

d) $\frac{53}{17}$

e) $\frac{70}{17}$

6. (Enem 2013) Muitos processos fisiológicos e bioquímicos, tais como batimentos cardíacos e taxa de respiração, apresentam escalas construídas a partir da relação entre superfície e massa (ou volume) do animal. Uma dessas escalas, por exemplo, considera que "o cubo da área S da superfície de um mamífero é proporcional ao quadrado de sua massa M".

HUGHES-HALLETT, D. et al. *Cálculo e aplicações*. São Paulo: Edgard Blücher, 1999 (adaptado).

Isso é equivalente a dizer que, para uma constante $k > 0$, a área S pode ser escrita em função de M por meio da expressão:

a) $S = k \cdot M$

b) $S = k \cdot M^{\frac{1}{3}}$

c) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{1}{3}}$

d) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}$

e) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{2}$

7. (Enem 2013) O contribuinte que vende mais de R$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R$ 34 mil um lote de ações que custou R$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de

a) R$ 900,00.
b) R$ 1200,00.
c) R$ 2100,00.
d) R$ 3900,00.
e) R$ 5100,00.

8. (Enem 2013) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras.
Um cliente deseja comprar um produto que custava R$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja.

Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de

a) 15,00.
b) 14,00.
c) 10,00.
d) 5,00.
e) 4,00.

9. (Enem 2013) Um comerciante visita um centro de vendas para fazer cotação de preços dos produtos que deseja comprar. Verifica que se aproveita 100% da quantidade adquirida de produtos do tipo A, mas apenas 90% de produtos do tipo B. Esse comerciante deseja comprar uma quantidade de produtos, obtendo o menor custo/benefício em cada um deles. O quadro mostra o preço por quilograma, em reais, de cada produto comercializado.

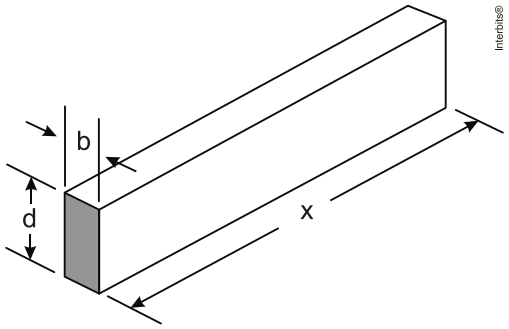
Produto	Tipo A	Tipo B
Arroz	2,00	1,70
Feijão	4,50	4,10
Soja	3,80	3,50
Milho	6,00	5,30

Os tipos de arroz, feijão, soja e milho que devem ser escolhidos pelo comerciante são, respectivamente,

a) A, A, A, A.
b) A, B, A, B.
c) A, B, B, A.

d) B, A, A, B.
e) B, B, B, B.

10. (Enem 2012) A resistência mecânica S do uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura (b) e ao quadrado de sua altura (d) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento (x), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade k e chamada de resistência da viga.



BUSHAW, D. et al. *Aplicações da matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997.

A expressão que traduz a resistência S dessa viga de madeira é

a) $S = \frac{k.b.d^2}{x^2}$

b) $S = \frac{k.b.d}{x^2}$

c) $S = \frac{k.b.d^2}{x}$

d) $S = \frac{k.b^2.d}{x}$

e) $S = \frac{k.b.2d}{2x}$

11. (Enem 2012) Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.
Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de
a) 12 kg.
b) 16 kg.
c) 24 kg.
d) 36 kg.
e) 75 kg.

12. (Enem 2012) Há, em virtude da demanda crescente de economia de água, equipamentos e utensílios como, por exemplo, as bacias sanitárias ecológicas, que utilizam 6 litros de água por descarga em vez dos 15 litros utilizados por bacias sanitárias não ecológicas, conforme dados da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).
Qual será a economia diária de água obtida por meio da substituição de uma bacia sanitária não ecológica, que gasta cerca de 60 litros por dia com a descarga, por uma bacia sanitária ecológica?
a) 24 litros
b) 36 litros
c) 40 litros
d) 42 litros
e) 50 litros

13. (Enem 2012) Nos *shopping centers* costumam existir parques com vários brinquedos e jogos. Os usuários colocam créditos em um cartão, que são descontados por cada período de tempo de uso dos jogos. Dependendo da pontuação da criança no jogo, ela recebe um certo número de tíquetes para trocar por produtos nas lojas dos parques. Suponha que o período de uso de um brinquedo em certo *shopping* custa R$ 3,00 e que uma bicicleta custa 9 200 tíquetes.
Para uma criança que recebe 20 tíquetes por período de tempo que joga, o valor, em reais, gasto com créditos para obter a quantidade de tíquetes para trocar pela bicicleta é
a) 153.
b) 460.
c) 1218.
d) 1380.
e) 3066.

14. (Enem 2012) O esporte de alta competição da atualidade produziu uma questão ainda sem resposta: Qual é o limite do corpo humano? O maratonista original, o grego da lenda, morreu de fadiga por ter corrido 42 quilômetros. O americano Dean Karnazes, cruzando sozinho as planícies da Califórnia, conseguiu correr dez vezes mais em 75 horas.
Um professor de Educação Física, ao discutir com a turma o texto sobre a capacidade do maratonista americano, desenhou na lousa uma pista reta de 60 centímetros, que representaria o percurso referido.

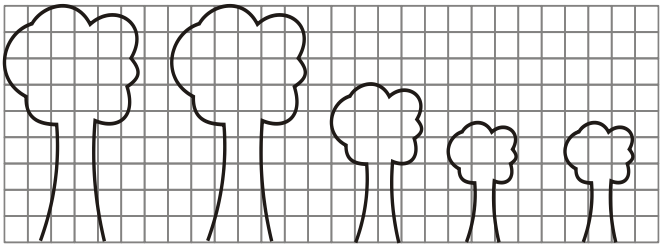
Disponível em: http://veja.abril.com.br. Acesso em 25 jun. 2011 (adaptado)

Se o percurso de Dean Karnazes fosse também em uma pista reta, qual seria a escala entre a pista feita pelo professor e a percorrida pelo atleta?
a) 1:700
b) 1:7 000
c) 1:70 000
d) 1:700 000
e) 1:7 000 000

15. (Enem 2012) José, Carlos e Paulo devem transportar em suas bicicletas uma certa quantidade de laranjas. Decidiram dividir o trajeto a ser percorrido em duas partes, sendo que ao final da primeira parte eles redistribuiriam a quantidade de laranjas que cada um carregava dependendo do cansaço de cada um. Na primeira parte do trajeto, José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção

6 : 5 : 4, respectivamente. Na segunda parte do trajeto, José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 4 : 4 : 2, respectivamente.
Sabendo-se que um deles levou 50 laranjas a mais no segundo trajeto, qual a quantidade de laranjas que José, Carlos e Paulo, nessa ordem, transportaram na segunda parte do trajeto?
a) 600, 550, 350
b) 300, 300, 150
c) 300, 250, 200
d) 200, 200, 100
e) 100, 100, 50

16. (Enem 2012) Um biólogo mediu a altura de cinco árvores distintas e representou-as em uma mesma malha quadriculada, utilizando escalas diferentes, conforme indicações na figura a seguir.



Qual é a árvore que apresenta a maior altura real?
a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

17. (Enem 2012) O losango representado na Figura 1 foi formado pela união dos centros das quatro circunferências tangentes, de raios de mesma medida.

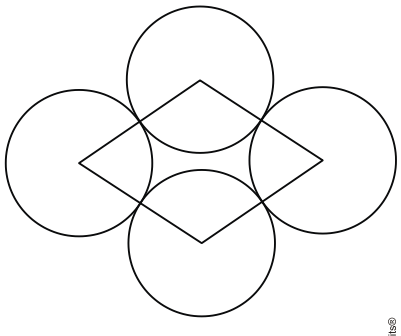


Figura 1

Dobrando-se o raio de duas das circunferências centradas em vértices opostos do losango e ainda mantendo-se a configuração das tangências, obtém-se uma situação conforme ilustrada pela Figura 2.

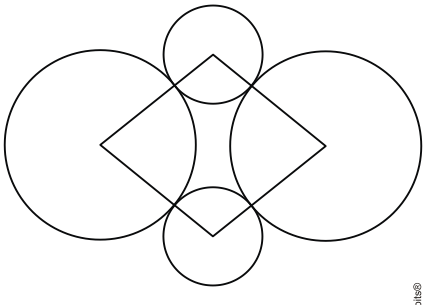


Figura 2

O perímetro do losango da Figura 2, quando comparado ao perímetro do losango da Figura 1, teve um aumento de
a) 300%.
b) 200%.
c) 150%.
d) 100%.
e) 50%.

18. (Enem 2012) A cerâmica possui a propriedade da contração, que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico submetido a uma determinada temperatura elevada: em seu lugar aparecendo "espaços vazios" que tendem a se aproximar. No lugar antes ocupado pela água vão ficando lacunas e, consequentemente, o conjunto tende a retrair-se. Considere que no processo de cozimento a cerâmica de argila sofra uma contração, em dimensões lineares, de 20%.

Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 30 mar. 2012 (adaptado).

Levando em consideração o processo de cozimento e a contração sofrida, o volume V de uma travessa de argila, de forma cúbica de aresta a, diminui para um valor que é
a) 20% menor que V, uma vez que o volume do cubo é diretamente proporcional ao comprimento de seu lado.
b) 36% menor que V, porque a área da base diminui de a^2 para $((1 - 0,2)a)^2$.
c) 48,8% menor que V, porque o volume diminui de a^3 para $(0,8a)^3$.
d) 51,2% menor que V, porque cada lado diminui para 80% do comprimento original.
e) 60% menor que V, porque cada lado diminui 20%.

19. (Enem 2012) Arthur deseja comprar um terreno de Cléber, que lhe oferece as seguintes possibilidades de pagamento:

• Opção 1: Pagar à vista, por R$ 55.000,00.

• Opção 2: Pagar a prazo, dando uma entrada de R$ 30.000,00, e mais uma prestação de R$ 26.000,00 para dali a 6 meses.
• Opção 3: Pagar a prazo, dando uma entrada de R$ 20.000,00, mais uma prestação de R$ 20.000,00, para dali a 6 meses e outra de R$ 18.000,00 para dali a 12 meses da data da compra.
• Opção 4: Pagar a prazo dando uma entrada de R$ 15.000,00 e o restante em 1 ano da data da compra, pagando R$ 39.000,00.
• Opção 5: pagar a prazo, dali a um ano, o valor de R$ 60.000,00.

Arthur tem o dinheiro para pagar a vista, mas avalia se não seria melhor aplicar o dinheiro do valor à vista (ou até um valor menor), em um investimento, com rentabilidade de 10% ao semestre, resgatando os valores à medida que as prestações da opção escolhida fossem vencendo.
Após avaliar a situação do ponto financeiro e das condições apresentadas, Arthur concluiu que era mais vantajoso financeiramente escolher a opção
a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

20. (Enem 2012) Um laboratório realiza exames em que é possível observar a taxa de glicose de uma pessoa. Os resultados são analisados de acordo com o quadro a seguir.

Hipoglicemia	taxa de glicose menor ou igual a 70 mg/dL
Normal	taxa de glicose maior que 70 mg/dL e menor ou igual a 100 mg/dL
Pré-diabetes	taxa de glicose maior que 100 mg/dL e menor ou igual a 125 mg/dL
Diabetes Melito	taxa de glicose maior que 125 mg/dL e menor ou igual a 250 mg/dL
Hiperglicemia	taxa de glicose maior que 250 mg/dL

Um paciente fez um exame de glicose nesse laboratório e comprovou que estavam com hiperglicemia. Sua taxa de glicose era de 300 mg/dL. Seu médico prescreveu um tratamento em duas etapas. Na primeira etapa ele conseguiu reduzir sua taxa em 30% e na segunda etapa em 10%.
Ao calcular sua taxa de glicose após as duas reduções, o paciente verificou que estava na categoria de
a) hipoglicemia.
b) normal.
c) pré-diabetes.
d) diabetes melito.
e) hiperglicemia.

21. (Enem 2011) Para uma atividade realizada no laboratório de Matemática, um aluno precisa construir uma maquete da quadra de esportes da escola que tem 28 m de comprimento por 12 m de largura. A maquete deverá ser construída na escala de 1 : 250. Que medidas de comprimento e largura, em cm, o aluno utilizará na construção da maquete?
a) 4,8 e 11,2
b) 7,0 e 3,0
c) 11,2 e 4,8
d) 28,0 e 12,0
e) 30,0 e 70,0

22. (Enem 2011) Observe as dicas para calcular a quantidade certa de alimentos e bebidas para as festas de fim de ano:

• Para o prato principal, estime 250 gramas de carne para cada pessoa.
• Um copo americano cheio de arroz rende o suficiente para quatro pessoas.
• Para a farofa, calcule quatro colheres de sopa por convidado.
• Uma garrafa de vinho serve seis pessoas.
• Uma garrafa de cerveja serve duas.
• Uma garrafa de espumante serve três convidados.

Quem organiza festas faz esses cálculos em cima do total de convidados, independente do gosto de cada um.

Quantidade certa de alimentos e bebidas evita o desperdício da ceia. *Jornal Hoje*. 17 dez. 2010 (adaptado).

Um anfitrião decidiu seguir essas dicas ao se preparar para receber 30 convidados para a ceia de Natal. Para seguir essas orientações à risca, o anfitrião deverá dispor de
a) 120 kg de carne, 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 15 de cerveja e 10 de espumante.
b) 120 kg de carne, 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 30 de cerveja e 10 de espumante.
c) 75 kg de carne. 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa. 5 garrafas de vinho, 15 de cerveja e 10 de espumante.
d) 7,5 kg de carne, 7 copos americanos, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 30 de cerveja e 10 de espumante.
e) 7,5 kg de carne, 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 15 de cerveja e 10 de espumante.

23. (Enem 2011) Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de 4800 kWh consome 4,8 kW por hora. Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kW?
a) 0,8
b) 1,6
c) 5,6
d) 11,2
e) 33,6

24. (Enem 2011) A figura apresenta informações biométricas de um homem (Duílio) e de uma mulher (Sandra) que estão buscando alcançar seu peso ideal a partir das atividades físicas (corrida). Para se verificar a escala de obesidade, foi desenvolvida a fórmula que permite verificar o Índice de Massa Corporal (IMC). Esta fórmula é apresentada como $IMC = m/h^2$, onde m é a massa em quilogramas e h é altura em metros.

O PERFIL DOS NOVOS CORREDORES

DUILIO SABA	
Idade	50 anos
Altura	1,88 metro
Peso	96,4 quilos
Peso ideal	94,5 quilos

SANDRA TESCARI	
Idade	42 anos
Altura	1,70 metro
Peso	84 quilos
Peso ideal	77 quilos

Veja. Ed. 2055 (adaptado).

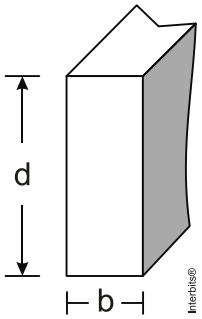
No quadro é apresentada a Escala de Índice de Massa Corporal com as respectivas categorias relacionadas aos pesos.

Escala de Índice de Massa Corporal	
CATEGORIAS	**IMC** (kg/m^2)
Desnutrição	Abaixo de 14,5
Peso abaixo do normal	14,5 a 20
Peso normal	20 a 24,9
Sobrepeso	25 a 29,9
Obesidade	30 a 39,9
Obesidade mórbida	Igual ou acima de 40

Nova Escola. Nº172, maio 2004.

A partir dos dados biométricos de Duílio e Sandra e da Escala de IMC, o valor IMC e a categoria em que cada uma das pessoas se posiciona na Escala são
a) Duílio tem o IMC 26,7 e Sandra tem o IMC 26,6, estando ambos na categoria de sobrepeso.
b) Duílio tem o IMC 27,3 e Sandra tem o IMC 29,1, estando ambos na categoria de sobrepeso.
c) Duílio tem o IMC 27,3 e Sandra tem o IMC 26,6, estando ambos na categoria de sobrepeso.
d) Duílio tem o IMC 25,6, estando na categoria de sobrepeso, e Sandra tem o IMC 24,7, estando na categoria de peso normal.
e) Duílio tem o IMC 25,1, estando na categoria de sobrepeso, e Sandra tem o IMC 22,6, estando na categoria de peso normal.

25. (Enem 2011) A resistência das vigas de dado comprimento é diretamente proporcional à largura *(b)* e ao quadrado da altura *(d)*, conforme a figura. A constante de proporcionalidade *k* varia de acordo com o material utilizado na sua construção.



Considerando-se *S* como a resistência, a representação algébrica que exprime essa relação é
a) $S = k \cdot b \cdot d$
b) $S = b \cdot d^2$
c) $S = k \cdot b \cdot d^2$
d) $S = \frac{k \cdot b}{d^2}$
e) $S = \frac{k \cdot d^2}{b}$

26. (Enem 2011) Você pode adaptar as atividades do seu dia a dia de uma forma que possa queimar mais calorias do que as gastas normalmente, conforme a relação seguinte:

- Enquanto você fala ao telefone, faça agachamentos: 100 calorias gastas em 20 minutos.
- Meia hora de supermercado: 100 calorias.
- Cuidar do jardim por 30 minutos: 200 calorias.
- Passear com o cachorro: 200 calorias em 30 minutos.

- Tirar o pó dos móveis: 150 calorias em 30 minutos.
- Lavar roupas por 30 minutos: 200 calorias.

Disponível em: http://cyberdiet.terra.com.br. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Uma pessoa deseja executar essas atividades, porém, ajustando o tempo para que, em cada uma, gaste igualmente 200 calorias.
A partir dos ajustes, quanto tempo a mais será necessário para realizar todas as atividades?
a) 50 minutos.
b) 60 minutos.
c) 80 minutos.
d) 120 minutos.
e) 170 minutos.

27. (Enem 2011) Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, a uma cidade B, localizada no estado de Alagoas, é igual a 2 000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era 8 cm.
Os dados nos indicam que o mapa observado pelo estudante está na escala de
a) 1:250.
b) 1:2500.
c) 1:25000.
d) 1:250000.
e) 1:25000000.

28. (Enem 2011) Cerca de 20 milhões de brasileiros vivem na região coberta pela caatinga, em quase 800 mil km^2 de área. Quando não chove, o homem do sertão precisa e sua família precisam caminhar quilômetros em busca da água dos açudes. A irregularidade climática é um dos fatores que mais interferem na vida do sertanejo.

Disponível em: http://www.wwf.org.br. Acesso em: 23 abr. 2010.

Segundo este levantamento, a densidade demográfica da região coberta pela caatinga, em habitantes por km^2, é de
a) 250.
b) 25.
c) 2,5.
d) 0,25.
e) 0,025.

29. (Enem 2011) Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.

Época. 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma proporção.
De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a
a) 4 mil.
b) 9 mil.
c) 21 mil.
d) 35 mil.
e) 39 mil.

30. (Enem 2011) Uma pessoa aplicou certa quantia em ações. No primeiro mês, ela perdeu 30% do total do investimento e, no segundo mês, recuperou 20% do que havia pedido.
Depois desses dois meses, resolveu tirar o montante de R$ 3800,00 gerado pela aplicação.
A quantia inicial que essa pessoa aplicou em ações corresponde ao valor de
a) R$ 4222,22 .
b) R$ 4523,80 .
c) R$ 5.000,00 .
d) R$ 13.300,00 .
e) R$ 17.100,00 .

31. (Enem 2011) Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retomo financeiro em uma aplicação de R$ 500,00 . Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário).As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (Imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é
a) a poupança, pois totalizará um montante de R$ 502,80 .
b) a poupança, pois totalizará um montante de R$ 500,56 .
c) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,38 .
d) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,21 .

e) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 500,87 .

32. (Enem 2011) Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A 3% ao mês
Investimento B: 36% ao ano
Investimento C: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1{,}03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá
a) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuas são iguais a 36%.
b) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.
c) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.
d) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.
e) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

33. (Enem 2ª aplicação 2010) O Pantanal é um dos mais valiosos patrimônios naturais do Brasil. É a maior área úmida continental do planeta — com aproximadamente 210 mil km^2 , sendo 140 mil km^2 em território brasileiro, cobrindo parte dos estados de Mato Grosso e Mato Grosso do Sul. As chuvas fortes são comuns nessa região. O equilíbrio desse ecossistema depende, basicamente, do fluxo
de entrada e saída de enchentes. As cheias chegam a cobrir até $\frac{2}{3}$ da área pantaneira.

Disponível em: http://www.wwf.org.br. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

Durante o período chuvoso, a área alagada pelas enchentes pode chegar a um valor aproximado de
a) 91,3 mil km^2 .
b) 93,3 mil km^2 .
c) 140 mil km^2 .
d) 152,1 mil km^2 .
e) 233,3 mil km^2 .

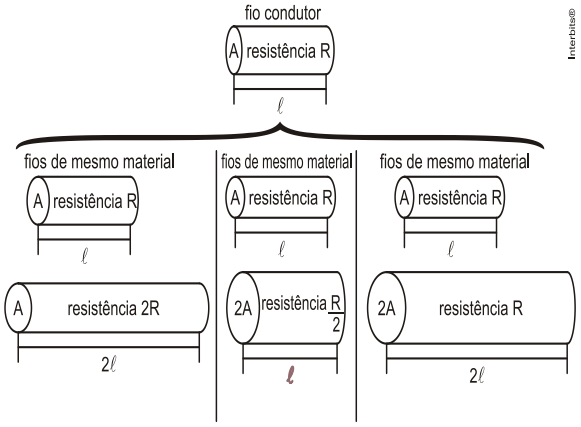
34. (Enem 2010) No monte de Cerro Armazones, no deserto de Atacama, no Chile, ficara o maior telescópio da superfície terrestre, o Telescópio Europeu Extremamente Grande (E-ELT). O E-ELT terá um espelho primário de 42 m de diâmetro, "o maior olho do mundo voltado para o céu".

Disponível em: http://www.estadao.com.br. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Ao ler esse texto em uma sala de aula, uma professora fez uma suposição de que o diâmetro do olho humano mede aproximadamente 2,1 cm.
Qual a razão entre o diâmetro aproximado do olho humano, suposto pela professora, e o diâmetro do espelho primário do telescópio citado?
a) 1 : 20
b) 1 : 100
c) 1 : 200
d) 1 : 1 000
e) 1 : 2 000

35. (Enem 2010) A relação da resistência elétrica com as dimensões do condutor foi estudada por um grupo de cientistas por meio de vários experimentos de eletricidade. Eles verificaram que existe proporcionalidade entre:
• resistência (R) e comprimento (ℓ), dada a mesma secção transversal (A);
• resistência (R) e área da secção transversal (A), dado o mesmo comprimento (ℓ) e
• comprimento (ℓ) e área da secção transversal (A), dada a mesma resistência (R).

Considerando os resistores como fios, pode-se exemplificar o estudo das grandezas que influem na resistência elétrica utilizando as figuras seguintes.



Disponível em: http://www.efeitojoule.com. Acesso em: abr. 2010 (adaptado)

As figuras mostram que as proporcionalidades existentes entre resistência (R) e comprimento (ℓ), resistência (R) e área da secção transversal (A), e entre comprimento (ℓ) e área da secção transversal (A) são, respectivamente,
a) direta, direta e direta.
b) direta, direta e inversa.
c) direta, inversa e direta.
d) inversa, direta e direta.
e) inversa, direta e inversa.

36. (Enem 2010) Um dos grandes problemas da poluição dos mananciais (rios, córregos e outros) ocorre pelo hábito de jogar óleo utilizado em frituras nos encanamentos que estão interligados com o sistema de esgoto. Se isso ocorrer, cada 10 litros de óleo poderão contaminar 10 milhões (107) de litros de água potável.

Manual de etiqueta. Parte integrante das revistas Veja (ed. 2055), Cláudia (ed. 555), *National Geographic* (ed. 93) e *Nova Escola* (ed. 208) (adaptado).

Suponha que todas as famílias de uma cidade descartem os óleos de frituras através dos encanamentos e consomem 1 000 litros de óleo em frituras por semana.

Qual seria, em litros, a quantidade de água potável contaminada por semana nessa cidade?
a) 10^2
b) 10^3
c) 10^4
d) 10^5
e) 10^9

37. (Enem 2ª aplicação 2010) Em abril de 2009, o observatório espacial americano *Swift* captou um feixe de raios gama proveniente de uma explosão no espaço. Cientistas italianos e ingleses apresentaram conclusões de que as luzes captadas provêm do colapso de uma estrela ocorrido há 13 bilhões de anos, apenas 630 milhões de anos após o *Big Bang*, expansão súbita que originou o Universo. Batizada de GRB 090423, a estrela é o objeto celeste mais antigo já observado pelo homem.

Revista Veja. 4 nov. 2009 (adaptado).

Suponha uma escala de 0 h a 24 h e considere que o *Big Bang* ocorreu exatamente à 0 h. Desse modo, a explosão da estrela GRB 090423 teria ocorrido à(s)
a) 1,10 h.
b) 1,16 h.
c) 1,22 h.
d) 1,84 h.
e) 2,01 h.

38. (Enem 2ª aplicação 2010) As Olimpíadas de 2016 serão realizadas na cidade do Rio de Janeiro. Uma das modalidades que trazem esperanças de medalhas para o Brasil é a natação. Aliás, a piscina olímpica merece uma atenção especial devido as suas dimensões. Piscinas olímpicas têm 50 metros de comprimento por 25 metros de largura.
Se a piscina olímpica fosse representada em uma escala de 1:100, ela ficaria com as medidas de
a) 0,5 centímetro de comprimento e 0,25 centímetro de largura.
b) 5 centímetros de comprimento e 2,5 centímetros de largura.
c) 50 centímetros de comprimento e 25 centímetros de largura.
d) 500 centímetros de comprimento e 250 centímetros de largura.
e) 200 centímetros de comprimento e 400 centímetros de largura.

39. (Enem 2ª aplicação 2010) **Fontes alternativas**

Há um novo impulso para produzir combustível a partir de gordura animal. Em abril, a *High Plains Bioenergy* inaugurou uma biorrefinaria próxima a uma fábrica de processamento de carne suína em Guymon, Oklahoma. A refinaria converte a gordura do porco, juntamente com o o óleo vegetal, em biodiesel. A expectativa da fábrica é transformar 14 milhões de quilogramas de banha em 112 milhões de litros de biodiesel.

Revista Scientific American. Brasil, ago. 2009 (adaptado).

Considere que haja uma proporção direta entre a massa de banha transformada e o volume de biodiesel produzido. Para produzir 48 milhões de litros de biodiesel, a massa de banha necessária, em quilogramas, será de, aproximadamente,
a) 6 milhões.
b) 33 milhões.
c) 78 milhões.
d) 146 milhões.
e) 384 milhões.

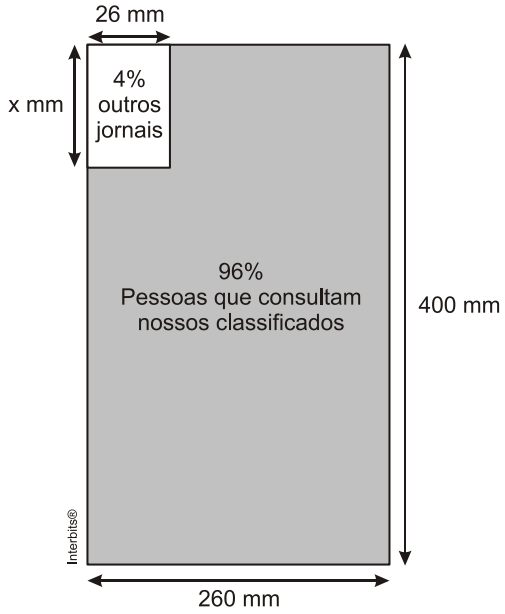
40. (Enem 2ª aplicação 2010) Em março de 2010, o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) reajustou os valores de bolsas de estudo concedidas a alunos de iniciação científica, que

passaram a receber R$ 360,00 mensais, um aumento de 20% com relação ao que era pago até então. O órgão concedia 29 mil bolsas de iniciação científica até 2009, e esse número aumentou em 48% em 2010.

O Globo. 11 mar. 2010.

Caso o CNPq decidisse não aumentar o valor dos pagamentos dos bolsistas, utilizando o montante destinado a tal aumento para incrementar ainda mais o número de bolsas de iniciação científica no país, quantas bolsas a mais que em 2009, aproximadamente, poderiam ser oferecidas em 2010?
a) 5,8 mil.
b) 13,9 mil.
c) 22,5 mil.
d) 51,5 mil.
e) 94,4 mil.

41. (Enem 2010) O jornal de certa cidade publicou em uma página inteira a seguinte divulgação de seu caderno de classificados.



Para que a propaganda seja fidedigna a porcentagem da área que aparece na divulgação, a medida do lado do retângulo que representa os 4%, deve ser de aproximadamente
a) 1 mm.
b) 10 mm.
c) 17 mm.
d) 160 mm.
e) 167 mm.

42. (Enem 2010) Um grupo de pacientes com Hepatite C foi submetido a um tratamento tradicional em que 40% desses pacientes foram completamente curados. Os pacientes que não obtiveram cura foram distribuídos em dois grupos de mesma quantidade e submetidos a dois tratamentos inovadores. No primeiro tratamento inovador, 35% dos pacientes foram curados e, no segundo, 45%.

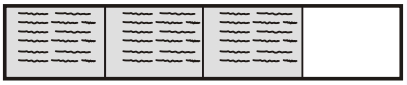
Em relação aos pacientes submetidos inicialmente, os tratamentos inovadores proporcionaram cura de
a) 16%.
b) 24%.
c) 32%.
d) 48%
e) 64%.

43. (Enem 2ª aplicação 2010) Uma bióloga conduziu uma série de experimentos demonstrando que a cana-de-açúcar mantida em um ambiente com o dobro da concentração atual de CO_2 realiza 30% mais de fotossíntese e produz 30% mais de açúcar do que a que cresce sob a concentração normal de CO_2. Das câmaras que mantinham esse ar rico em gás carbônico, saíram plantas também mais altas e mais encorpadas, com 40% mais de biomassa.

Disponível em: http://revistapesquisa.fapesp.br. Acesso em: 26 set 2008.

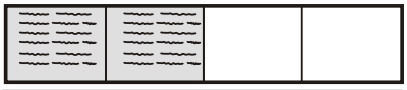
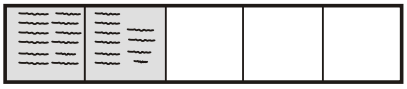
Os resultados indicam que se pode obter a mesma produtividade de cana numa menor área cultivada. Nas condições apresentadas de utilizar o dobro da concentração de CO_2 no cultivo para dobrar a produção da biomassa da cana-de-açúcar, a porcentagem da área cultivada hoje deveria ser, aproximadamente,
a) 80%.
b) 100%.
c) 140%.
d) 160%.
e) 200%.

44. (Enem 2010) Um professor dividiu a lousa da sala de aula em quatro partes iguais. Em seguida, preencheu 75% dela com conceitos e explicações, conforme a figura seguinte.



Algum tempo depois, o professor apagou a lousa por completo e, adotando um procedimento semelhante ao anterior, voltou a preenchê-la, mas, dessa, vez, utilizando 40% do espaço dela.

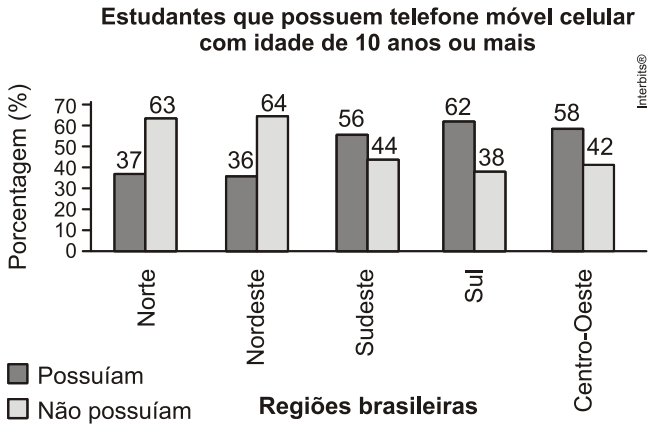
Uma representação possível para essa segunda situação é
a)

b)

c)


d)

e)

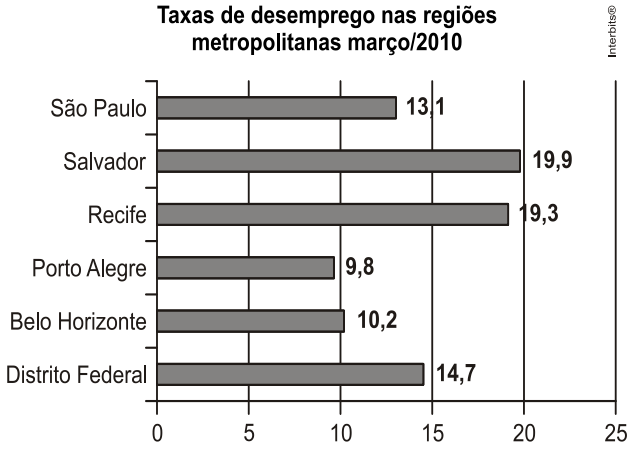
45. (Enem 2010) Os dados do gráfico foram coletados por meio da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios.



Fonte: IBGE. Disponivel em: http://www.ibge.gov.br. Acesso em: 28 abr. 2010(adaptado).

Supondo-se que, no Sudeste, 14900 estudantes foram entrevistados nessa pesquisa, quantos deles possuíam telefone móvel celular?
a) 5513
b) 6556
c) 7450
d) 8344
e) 9536

46. (Enem 2010) Os dados do gráfico seguinte foram gerados a partir de dados colhidos no conjunto de seis regiões metropolitanas pelo Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (Dieese).



Disponível em: http://g1.globo.com. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Supondo que o total de pessoas pesquisadas na região metropolitana de Porto Alegre equivale a 250 000, o número de desempregados em março de 2010, nessa região, foi de
a) 24 500.
b) 25 000.
c) 220 500.
d) 223 000.
e) 227 500.

47. (Enem 2010) Uma empresa possui um sistema de controle de qualidade que classifica o seu desempenho financeiro anual, tendo como base o do ano anterior. Os conceitos são: **insuficiente**, quando o crescimento e menor que 1%; **regular**, quando o crescimento é maior ou igual a 1% e menor que 5%; **bom**, quando o crescimento é maior ou igual a 5% e menor que 10%; **ótimo**, quando é maior ou igual a 10% e menor que 20%; e **excelente**, quando é maior ou igual a 20%. Essa empresa apresentou lucro de R$ 132 000,00 em 2008 e de R$ 145 000,00 em 2009.

De acordo com esse sistema de controle de qualidade, o desempenho financeiro dessa empresa no ano de 2009 deve ser considerado
a) insuficiente.
b) regular.
c) bom.
d) ótimo.
e) excelente.

48. (Enem 2010) Em 2006, a produção mundial de etanol foi de 40 bilhões de litros e a de biodiesel, de 6,5 bilhões. Neste mesmo ano, a produção brasileira de etanol correspondeu a 43% da produção mundial, ao passo que a produção dos Estados Unidos da América, usando milho, foi de 45%.

Disponível em: planetasustentavel.abril.com. Acesso em: 02 maio 2009.

Considerando que, em 2009, a produção mundial de etanol seja a mesma de 2006 e que os Estados Unidos produzirão somente a metade de sua produção de 2006, para que o total produzido pelo Brasil e pelos Estados Unidos continue correspondendo a 88% da produção mundial, o Brasil deve aumentar sua produção em, aproximadamente,
a) 22,5%.
b) 50,0%.
c) 52,3%.
d) 65,5%.
e) 77,5%.

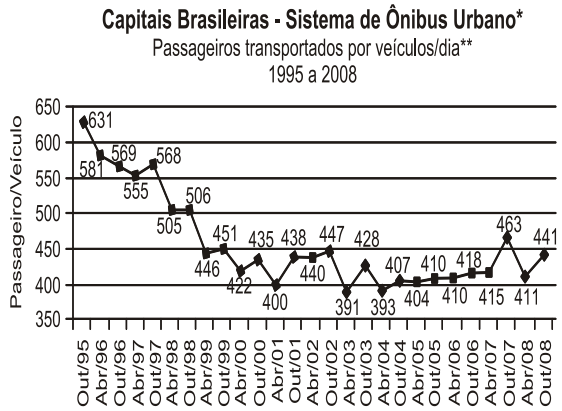
49. (Enem 2ª aplicação 2010) No dia 12 de janeiro de 2010, o governo da Venezuela adotou um plano de racionamento de energia que previa cortes no fornecimento em todo o país.
O ministro da energia afirmou que uma das formas mais eficazes de se economizar energia nos domicílios seria o uso de lâmpadas que consomem 20% menos da energia consumida por lâmpadas normais.

Disponível em: http://www.bbc.co.uk. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

Em uma residência, o consumo mensal de energia mproveniente do uso de lâmpadas comuns é de 63 kWh. Se todas as lâmpadas dessa residência forem trocadas pelas lâmpadas econômicas, esse consumo passará a ser de, aproximadamente,
a) 9 kWh.
b) 11 kWh.
c) 22 kWh.
d) 35 kWh.
e) 50 kWh.

50. (Enem 2009) Dados da Associação Nacional de Empresas de Transportes Urbanos (ANTU) mostram que o número de passageiros transportados mensalmente nas principais regiões metropolitanas do país vem caindo sistematicamente. Eram 476,7 milhões de passageiros em 1995, e esse número caiu para 321,9 milhões em abril de 2001. Nesse período, o tamanho da frota de veículos mudou pouco, tendo no final de 2008 praticamente o mesmo tamanho que tinha em 2001.

O gráfico a seguir mostra um índice de produtividade utilizado pelas empresas do setor, que é a razão entre o total de passageiros transportados por dia e o tamanho da frota de veículos.



*São Paulo, Rio de Janeiro, Belo Horizonte, Recife, Porto Alegre, Salvador, Fortaleza, Curitiba e Goiânia.
** Passagem total mensal/frota/25

Disponível em: http://www.ntu.org.br. Acesso em 16 jul. 2009 (adaptado).

Supondo que as frotas totais de veículos naquelas regiões metropolitanas em abril de 2001 e em outubro de 2008 eram do mesmo tamanho, os dados do gráfico permitem inferir que o total de passageiros transportados no mês de outubro de 2008 foi aproximadamente igual a
a) 355 milhões.
b) 400 milhões.
c) 426 milhões.
d) 441 milhões.
e) 477 milhões.

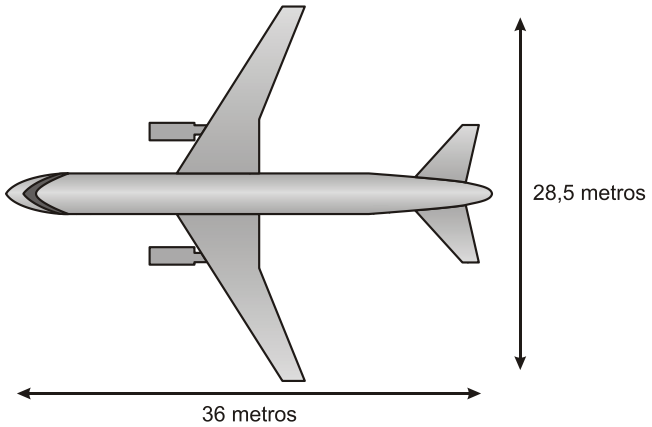
51. (Enem 2009) Uma resolução do Conselho Nacional de Política Energética (CNPE) estabeleceu a obrigatoriedade de adição de biodísel ao óleo dísel comercializado nos postos.

A exigência é que, a partir de 1.º de julho de 2009, 4% do volume da mistura final seja formada por biodísel. Até junho de 2009, esse percentual era de 3%. Essa medida estimula a demanda de biodísel, bem como possibilita a redução da importação de dísel de petróleo.

Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 12 jul. 2009 (adaptado).

Estimativas indicam que, com a adição de 4% de biodísel ao dísel, serão consumidos 925 milhões de litros de biodísel no segundo semestre de 2009. Considerando-se essa estimativa, para o mesmo volume da mistura final dísel/biodísel consumida no segundo semestre de 2009, qual seria o consumo de biodísel com a adição de 3%?
a) 27,75 milhões de litros.
b) 37,00 milhões de litros.
c) 231,25 milhões de litros.
d) 693,75 milhões de litros.
e) 888,00 milhões de litros.

52. (Enem 2009) A figura a seguir mostra as medidas reais de uma aeronave que será fabricada para utilização por companhias de transporte aéreo. Um engenheiro precisa fazer o desenho desse avião em escala de 1:150.



Para o engenheiro fazer esse desenho em uma folha de papel, deixando uma margem de 1 cm em relação às bordas da folha, quais as dimensões mínimas, em centímetros, que essa folha deverá ter?
a) 2,9 cm × 3,4 cm.
b) 3,9 cm × 4,4 cm.
c) 20 cm × 25 cm.
d) 21 cm × 26 cm.
e) 192 cm × 242 cm.

53. (Enem 2009) Segundo as regras da Fórmula 1, o peso mínimo do carro, de tanque vazio, com o piloto, é de 605 kg, e gasolina deve ter densidade entre 725 e 780 gramas por litro. Entre os circuitos nos quais ocorrem competições dessa categoria, o mais longo é *Spa-Francorchamps*, na Bélgica, cujo traçado tem 7 km de extensão. O consumo médio de um carro da Fórmula 1 é de 75 litros para cada 100 km.

Suponha que um piloto de uma equipe específica, que utiliza um tipo de gasolina com densidade de 750 g/L, esteja no circuito de *Spa-Francorchamps*, parado no b*ox* para reabastecimento. Caso ele pretenda dar mais 16 voltas, ao ser liberado para retornar à pista, seu carro deverá pesar, no mínimo,

a) 617 kg.
b) 668 kg.
c) 680 kg.
d) 689 kg.
e) 717 kg.

54. (Enem 2009) A cisterna é um recipiente utilizado para armazenar água da chuva. Os principais critérios a serem observados para captação e armazenagem de água da chuva são: a demanda diária de água na propriedade; o índice médio de precipitação (chuva), por região, em cada período do ano; o tempo necessário para armazenagem; e a área de telhado necessária ou disponível para captação.

Para fazer o cálculo do volume de uma cisterna, deve-se acrescentar um adicional relativo ao coeficiente de evaporação. Na dificuldade em se estabelecer um coeficiente confiável, a Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA) sugere que sejam adicionados 10% ao volume calculado de água.

Desse modo, o volume, em m^3, de uma cisterna é calculado por $V_c = V_d \times N_{dia}$, em que V_d = volume de demanda da água diária (m^3), Ndia = número de dias de armazenagem, e este resultado deve ser acrescido de 10%.

Para melhorar a qualidade da água, recomenda-se que a captação seja feita somente nos telhados das edificações.

Considerando que a precipitação de chuva de 1 mm sobre uma área de 1 m^2 produz 1 litro de água, pode-se calcular a área de um telhado a fim de atender a necessidade de armazenagem da seguinte maneira: área do telhado (em m^2) = volume da cisterna (em litros)/precipitação.

Disponível em: www.cnpsa.embrapa.br. Acesso em: 8 jun. 2009 (adaptado).

Para atender a uma demanda diária de 2.000 litros de água, com período de armazenagem de 15 dias e precipitação média de 110 mm, o telhado, retangular, deverá ter as dimensões mínimas de

a) 6 metros por 5 metros, pois assim teria uma área de 30 m^2.
b) 15 metros por 20 metros, pois assim teria uma área de 300 m^2.
c) 50 metros por 60 metros, pois assim teria uma área de 3.000 m^2.
d) 91 metros por 30 metros, pois assim teria uma área de 2.730m^2.
e) 110 metros por 30 metros, pois assim teria uma área de 3.300 m^2.

55. (Enem cancelado 2009) Um comerciante contratou um novo funcionário para cuidar das vendas. Combinou pagar a essa pessoa R$ 120,00 por semana, desde que as vendas se mantivessem em torno dos R$ 600,00 semanais e, como um estímulo, também propôs que na semana na qual ele vendesse R$ 1.200,00, ele receberia R$ 200,00, em vez de R$ 120,00.
Ao término da primeira semana, esse novo funcionário conseguiu aumentar as vendas para R$ 990,00 e foi pedir ao seu patrão um aumento proporcional ao que conseguiu aumentar nas vendas.

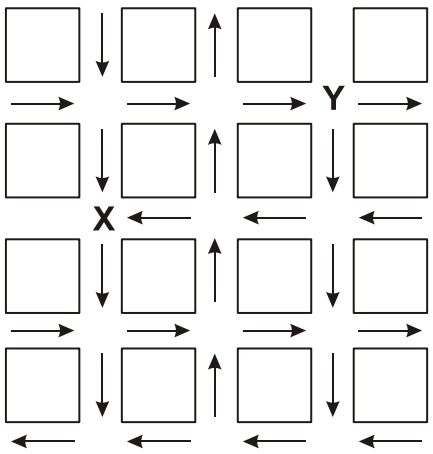
O patrão concordou e, após fazer algumas contas, pagou ao funcionário a quantia de

a) R$ 160,00.
b) R$ 165,00.
c) R$ 172,00.
d) R$ 180,00.
e) R$ 198,00.

56. (Enem 2009) O mapa a seguir representa um bairro de determinada cidade, no qual as flechas indicam o sentido das mãos do tráfego.

Sabe-se que esse bairro foi planejado e que cada quadra representada na figura é um terreno quadrado, de lado igual a 200 metros.

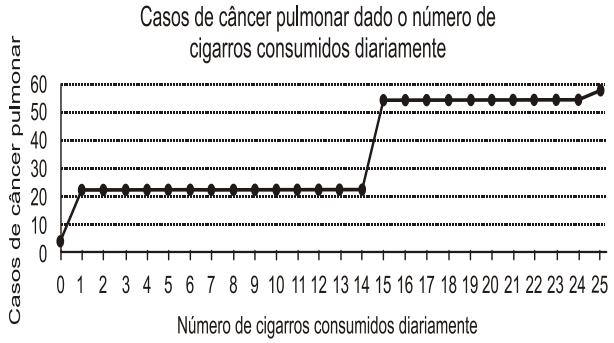
Desconsiderando-se a largura das ruas, qual seria o tempo, em minutos, que um ônibus, em velocidade constante e igual a 40 km/h, partindo do ponto X, demoraria para chegar até o ponto Y?



a) 25 min.
b) 15 min.
c) 2,5 min.

d) 1,5 min.
e) 0,15 min.

57. (Enem 2009) A suspeita de que haveria uma relação causal entre tabagismo e câncer de pulmão foi levantada pela primeira vez a partir de observações clínicas. Para testar essa possível associação, foram conduzidos inúmeros estudos epidemiológicos. Dentre esses, houve o estudo do número de casos de câncer em relação ao número de cigarros consumidos por dia, cujos resultados são mostrados no gráfico a seguir.



Centers for Disease Control and Prevention CDC-EIS Summer Course – 1992 (adaptado).

De acordo com as informações do gráfico,
a) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais.
b) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam.
c) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas diretamente proporcionais.
d) uma pessoa não fumante certamente nunca será diagnosticada com câncer de pulmão.
e) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

58. (Enem 2009) A música e a matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais, conforme a figura seguinte.

Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso. Por exemplo, se a fórmula de compasso for $\frac{1}{2}$ poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras.

Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é $\frac{3}{4}$, poderia ser preenchido com
a) 24 fusas.
b) 3 semínimas.
c) 8 semínimas.
d) 24 colcheias e 12 semínimas.
e) 16 semínimas e 8 semicolcheias.

59. (Enem 2009) Uma escola lançou uma campanha para seus alunos arrecadarem, durante 30 dias, alimentos não perecíveis para doar a uma comunidade carente da região. Vinte alunos aceitaram a tarefa e nos primeiros 10 dias trabalharam 3 horas diárias, arrecadando 12 kg de alimentos por dia. Animados com os resultados, 30 novos alunos somaram-se ao grupo, e passaram a trabalhar 4 horas por dia nos dias seguintes até o término da campanha.

Admitindo-se que o ritmo de coleta tenha se mantido constante, a quantidade de alimentos arrecadados ao final do prazo estipulado seria de
a) 920 kg.
b) 800 kg.

c) 720 kg.
d) 600 kg.
e) 570 kg.

60. (Enem cancelado 2009) Os calendários usados pelos diferentes povos da Terra são muito variados. O **calendário islâmico**, por exemplo, é lunar, e nele cada mês tem sincronia com a fase da lua. O **calendário maia** segue o ciclo de Vênus, com cerca de 584 dias, e cada 5 ciclos de Vênus corresponde a 8 anos de 365 dias da Terra.

MATSUURA, Oscar. *Calendários e o fluxo do tempo*. Scientific American Brasil. Disponível em: http://www.uol.com.br. Acesso em: 14 out. 2008 (adaptado).

Quantos ciclos teria, em Vênus, um período terrestre de 48 anos?
a) 30 ciclos.
b) 40 ciclos.
c) 73 ciclos.
d) 240 ciclos.
e) 384 ciclos

61. (Enem cancelado 2009) Pneus usados geralmente são descartados de forma inadequada, favorecendo a proliferação de insetos e roedores e provocando sérios problemas de saúde pública. Estima-se que, no Brasil, a cada ano, sejam descartados 20 milhões de pneus usados. Como alternativa para dar uma destinação final a esses pneus, a Petrobras, em sua unidade de São Mateus do Sul, no Paraná, desenvolveu um processo de obtenção de combustível a partir da mistura dos pneus com xisto. Esse procedimento permite, a partir de uma tonelada de pneu, um rendimento de cerca de 530 kg de óleo.

Disponível em: http://www.ambientebrasil.com.br. Acesso em: 3 out. 2008 (adaptado).

Considerando que uma tonelada corresponde, em média, a cerca de 200 pneus, se todos os pneus descartados anualmente fossem utilizados no processo de obtenção de combustível pela mistura com xisto, seriam então produzidas
a) 5,3 mil toneladas de óleo.
b) 53 mil toneladas de óleo.
c) 530 mil toneladas de óleo.
d) 5,3 milhões de toneladas de óleo.
e) 530 milhões de toneladas de óleo.

62. (Enem cancelado 2009) Diante de um sanduíche e de uma porção de batatas fritas, um garoto, muito interessado na quantidade de calorias que pode ingerir em cada refeição, analisa os dados de que dispõe. Ele sabe que a porção de batatas tem 200 g, o que equivale a 560 calorias, e que o sanduíche tem 250 g e 500 calorias. Como ele deseja comer um pouco do sanduíche e um pouco das batatas, ele se vê diante da questão: "Quantos gramas de sanduíche e quantos gramas de batata eu posso comer para ingerir apenas as 462 calorias permitidas para esta refeição?"

Considerando que x e y representam, respectivamente, em gramas, as quantidades do sanduíche e das batatas que o garoto pode ingerir, assinale a alternativa correspondente à expressão algébrica que relaciona corretamente essas quantidades.
a) $2x + 2{,}8y = 462$
b) $2{,}8x + 2y = 462$
c) $1{,}8x + 2{,}3y = 1.060$
d) $\frac{1}{2}x + 0{,}4y = 462$
e) $0{,}4x + \frac{1}{2}y = 462$

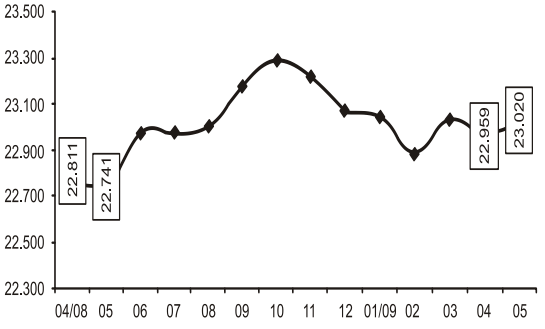
63. (Enem cancelado 2009) A empresa SWK produz um determinado produto x, cujo custo de fabricação é dado pela equação de uma reta crescente, com inclinação dois e de variável x. Se não tivermos nenhum produto produzido, a despesa fixa é de R$ 7,00 e a função venda de cada unidade x é dada por

$-2x^2 + 229{,}76x - 441{,}84$.

Tendo em vista uma crise financeira, a empresa fez algumas demissões. Com isso, caiu em 12% o custo da produção de cada unidade produzida. Nessas condições, a função lucro da empresa pode ser expressa como
a) $L(x) = -2x^2 + 228x - 448{,}00$
b) $L(x) = -2x^2 + 227{,}76x - 448{,}84$
c) $L(x) = -2x^2 + 228x - 441{,}84$
d) $L(x) = -2x^2 + 229{,}76x - 441{,}84$
e) $L(x) = -2x^2 + 227{,}76x - 448{,}96$

64. (Enem 2009) O gráfico a seguir mostra a evolução, de abril de 2008 a maio de 2009, da população economicamente ativa para seis Regiões Metropolitanas pesquisadas.

População economicamente ativa (em mil pessoas)



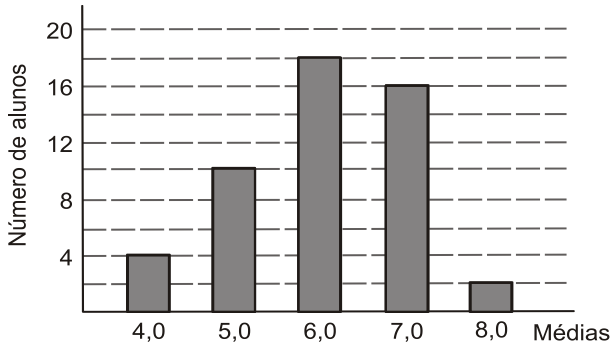
Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Trabalho e Rendimento, Pesquisa Mensal de Emprego.

Disponível em: www.ibge.gov.br.

Considerando que a taxa de crescimento da população economicamente ativa, entre 05/09 e 06/09, seja de 4%, então o número de pessoas economicamente ativas em 06/09 será igual a

a) 23.940.
b) 32.228.
c) 920.800.
d) 23.940.800.
e) 32.228.000.

65. (Enem cancelado 2009) Considere que as médias finais dos alunos de um curso foram representadas no gráfico a seguir.



Sabendo que a média para aprovação nesse curso era maior ou igual a 6,0, qual foi a porcentagem de alunos aprovados?

a) 18%
b) 21%
c) 36%
d) 50%
e) 72%

66. (Enem cancelado 2009) A taxa anual de desmatamento na Amazônia é calculada com dados de satélite, pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), de 1º de agosto de um ano a 31 de julho do ano seguinte. No mês de julho de 2008, foi registrado que o desmatamento acumulado nos últimos 12 meses havia sido 64% maior do que no ano anterior, quando o INPE registrou 4.974 km^2 de floresta desmatada. Nesses mesmos 12 meses acumulados, somente o estado de Mato Grosso foi responsável por, aproximadamente, 56% da área total desmatada na Amazônia.

Jornal *O Estado de São Paulo*. Disponível em: <http://www.estadao.com.br>. Acesso em: 30 ago. 2008 (adaptado).

De acordo com os dados, a área desmatada sob a responsabilidade do estado do Mato Grosso, em julho de 2008, foi

a) inferior a 2.500 km^2.
b) superior a 2.500 km^2 e inferior a 3.000 km^2.
c) superior a 3.000 km^2 e inferior a 3.900 km^2.
d) superior a 3.900 km^2 e inferior a 4.700 km^2.
e) superior a 4.700 km^2.

67. (Enem 2009) João deve 12 parcelas de R$ 150,00 referentes ao cheque especial de seu banco e cinco parcelas de R$ 80,00 referentes ao cartão de crédito. O gerente do banco lhe ofereceu duas parcelas de desconto no cheque especial, caso João quitasse esta dívida imediatamente ou, na mesma condição, isto é, quitação imediata, com 25% de desconto na dívida do cartão. João também poderia renegociar suas dívidas em 18 parcelas mensais de R$ 125,00. Sabendo desses termos, José, amigo de João, ofereceu-lhe emprestar o dinheiro que julgasse necessário pelo tempo de 18 meses, com juros de 25% sobre o total emprestado.

A opção que dá a João o menor gasto seria

a) renegociar suas dívidas com o banco.
b) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação das duas dívidas.
c) recusar o empréstimo de José e pagar todas as parcelas pendentes nos devidos prazos.
d) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cheque especial e pagar as parcelas do cartão de crédito.
e) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cartão de crédito e pagar as parcelas do cheque especial.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[D]

Sejam L e L', tais que $L = \frac{1}{25000000}$ e $L' = \frac{1}{4000000}$.
Desse modo,

$$\frac{L'}{L} = \frac{\frac{1}{4000000}}{\frac{1}{25000000}} \Leftrightarrow \frac{L'}{L} = \frac{25}{4},$$

e, portanto,

$$\left(\frac{L'}{L}\right)^2 = \left(\frac{25}{4}\right)^2 \Rightarrow L'^2 \cong 39{,}06L^2,$$

ou seja, a área destacada no mapa foi ampliada aproximadamente $39{,}06$ vezes.

Resposta da questão 2:
[E]

A distância total percorrida pelo aluno no mapa foi de $5 \cdot 2 \cdot (7+9) = 160\,\text{cm}$. Sendo d a distância real percorrida e $1:25000$ a escala, temos

$$\begin{aligned}\frac{160}{d} = \frac{1}{25000} &\Leftrightarrow d = 4 \cdot 10^6\,\text{cm}\\ &\Leftrightarrow d = \frac{4 \cdot 10^6}{10^5}\text{km}\\ &\Leftrightarrow d = 40\,\text{km}.\end{aligned}$$

Resposta da questão 3:
[C]

Sejam n, V e t, respectivamente, o número de ralos, o volume a ser escoado e o tempo de escoamento. Logo,

$$n = k \cdot \frac{V}{t},$$

com k sendo a constante de proporcionalidade.

Para $n = 6$, $V = 900\,\text{m}^3$ e $t = 6\,\text{h}$, temos

$$6 = k \cdot \frac{900}{6} \Leftrightarrow k = \frac{1}{25}.$$

Portanto, se $V' = 500\,\text{m}^3$ e $t' = 4\,\text{h}$, vem

$$n' = \frac{1}{25} \cdot \frac{500}{4} = 5,$$

que é o resultado procurado.

Resposta da questão 4:
[B]

Sejam a, b e c, respectivamente, os volumes de areia, brita e cimento tais que

$$a + b + c = 14 \text{ e } \frac{a}{4} = \frac{b}{2} = c = k,$$

com k sendo a constante de proporcionalidade.

Desse modo, tem-se que

$$4k + 2k + k = 14 \Leftrightarrow k = 2$$

e, portanto, $c = 2{,}00\,\text{m}^3$.

Resposta da questão 5:
[A]

A razão pedida é dada por $\frac{17}{7 \cdot 10} = \frac{17}{70}$.

Resposta da questão 6:
[D]

Sendo S a área da superfície do mamífero e M a sua massa, temos:

$$\begin{aligned}S^3 = k \cdot M^2 &\Leftrightarrow S = (k \cdot M^2)^{\frac{1}{3}}\\ &\Leftrightarrow S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}.\end{aligned}$$

Resposta da questão 7:
[B]

O resultado pedido é dado por

$$0{,}15 \cdot (34 - 26) \cdot 1000 = \text{R\$ } 1.200{,}00.$$

Resposta da questão 8:
[E]

Como o cliente não possui o cartão fidelidade, o valor pago é igual a $0{,}8 \cdot 50 = \text{R\$ } 40{,}00$. Por outro lado, se o cliente

possuísse o cartão fidelidade, a economia adicional seria de $0,1 \cdot 40 = \text{R\$ } 4,00$.

Resposta da questão 9:
[D]

Considere a tabela abaixo, em que a coluna Tipo B apresenta o custo efetivo de 1kg dos produtos listados.

Produto	Tipo A	Tipo B
Arroz	2,00	$\frac{1,7}{0,9} \cong 1,89$
Feijão	4,50	$\frac{4,1}{0,9} \cong 4,56$
Soja	3,80	$\frac{3,5}{0,9} \cong 3,89$
Milho	6,00	$\frac{5,3}{0,9} \cong 5,89$

Portanto, a escolha que o comerciante deve fazer é B, A, A, B.

Resposta da questão 10:
[A]

De acordo com as informações, segue que

$$S = k \cdot \frac{b \cdot d^2}{x^2}.$$

Resposta da questão 11:
[A]

x é massa corporal do menino (filho)

$$x = 30 \cdot \frac{2}{5} = 12 \text{ kg}$$

Resposta da questão 12:
[B]

Dividindo 60 L por 15 L, obtemos que o número de descargas por dia é 4.
Com a bacia ecológica, serão gastos 4.6 = 24 L de água por dia, portanto uma economia de 60 – 24 = 36 L por dia.

Resposta da questão 13:
[D]

$$x = \frac{9200}{20} \cdot 3 = 1380,00$$

Resposta da questão 14:
[D]

$$\frac{60}{10.42.10^3.10^2} = \frac{1}{7.10^5} = \frac{1}{700\ 000}.$$

Resposta da questão 15:
[B]

Seja x o total de laranjas:
Na primeira viagem, temos $\frac{6x}{15}, \frac{5x}{15}$ e $\frac{4x}{15}$ (José, Carlos e Paulo).
Na segunda viagem, temos
$\frac{4x}{10} = \frac{6x}{15}, \frac{4x}{10} = \frac{6x}{15}$ e $\frac{2x}{10} = \frac{3x}{15}$ (José, Carlos e Paulo).

Carlos foi o único que transportou mais laranjas.

$$\frac{6x}{15} - \frac{5x}{15} = 50 \Rightarrow x = 750$$

Portanto, na segunda viagem, José transportou 300 laranjas, Carlos transportou 300 laranjas e Paulo transportou 150 laranjas.

Resposta da questão 16:
[D]

Sejam h_i e r_i, respectivamente, a altura no desenho e a altura real da árvore i.
Logo, como $\frac{h_i}{r_i} = E$, em que E é a escala adotada, vem

$$\frac{9}{r_I} = \frac{1}{100} \Leftrightarrow r_I = 900 \text{ u.c.},$$

$$\frac{9}{r_{II}} = \frac{2}{100} \Leftrightarrow r_{II} = 450 \text{ u.c.},$$

$$\frac{6}{r_{III}} = \frac{2}{300} \Leftrightarrow r_{III} = 900 \text{ u.c.},$$

$$\frac{4,5}{r_{IV}} = \frac{1}{300} \Leftrightarrow r_{IV} = 1350 \text{ u.c.}$$

e

$$\frac{4,5}{r_{IV}} = \frac{2}{300} \Leftrightarrow r_{IV} = 675 \text{ u.c.}$$

Portanto, a árvore IV tem a maior altura real.

Resposta da questão 17:
[E]

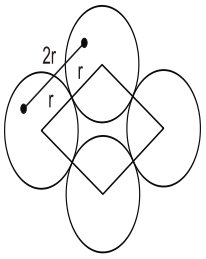


Figura 1

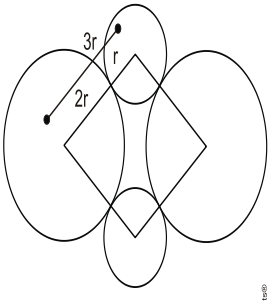


Figura 2

Perímetro do losango 1: $P_1 = 4 \cdot (2r) = 8 \cdot r.$

Perímetro do losango 2: $P_2 = 4 \cdot (3r) = 12r.$

Aumento do perímetro em porcentagem:
$\frac{12r - 8r}{8r} = 0,5 = 50\%.$

Resposta da questão 18:
[C]

Volume de um cubo de aresta a : $V_1 = a^3$

Medida da aresta do cubo depois da contração: a.(1 – 0,20)a = 0,8.a

Volume do cubo depois da contração: $V_2 = (0,8a)^3 = 0,512.a^3$

Diferença entre os volumes: $a^3 - 0,512.a^3 = 0,488.a^3 =$ 48,8% de a^3

Resposta da questão 19:
[D]

Considerando a data da compra como data focal, segue que o valor atual dos pagamentos é de:

- $30000 + \frac{26000}{1,1} \cong R\$\ 53.636,36$ na opção 2;
- $20000 + \frac{20000}{1,1} + \frac{18000}{1,1^2} \cong R\$\ 53.057,85$ na opção 3;
- $15000 + \frac{39000}{1,1^2} \cong R\$\ 47.231,40$ na opção 4;
- $\frac{60000}{1,1^2} \cong R\$\ 49.586,78$ na opção 5.

Portanto, a opção 4 é a que implica em menor custo para Arthur.

Resposta da questão 20:
[D]

Taxa de glicose após a primeira etapa:
$300(1 - 0,3) = 210$ mg/dL.
Taxa de glicose após a segunda etapa:
$210(1 - 0,1) = 189$ mg/dL.
Portanto, o paciente verificou que estava na categoria de diabetes melito.

Resposta da questão 21:
[C]

28 : 250 = 0,112 m = 11,2 cm
12 : 250 = 9,048 m = 4,8 cm.

Resposta da questão 22:
[E]

Carne -------- 30 . 250 g = 7500 g = 7,5 kg;
Arroz----------30: 4 = 7,5 copos ;
Farofa --------- 4 . 30 = 120 colheres de sopa;
Vinho ---------- 30: 6 = 5 garrafas;
Cerveja-------- 30: 2 = 15 garrafas;
Espumante-----30: 3 = 10 garrafas.

Portanto, a resposta [E] é a correta.

Resposta da questão 23:
[D]

$$\frac{4,8kW}{h} = \frac{4,8kW}{60min} = \frac{0,08kw}{min}$$

Em um dia: 0,8 kW.2 = 1,6 kW.
Em 7 dias: 7.1,6 = 11,2 kW.

Resposta da questão 24:
[B]

IMC do Duílio = $\frac{96,4}{(1,88)^2} \simeq 27,3$

IMC de Sandra = $\frac{84}{(1,7)^2} = \frac{84}{2,89} = 29,1$

E ambos estão com sobrepeso.

Resposta da questão 25:
[C]

$$\frac{S}{b.d^2} = k \Leftrightarrow S = k.b.d^2$$

Resposta da questão 26:
[B]

Para gastar 200 calorias:
Enquanto fala no telefone precisará de mais 20 minutos;
No supermercado precisará de mais 30 minutos;
Para lavar roupas precisará de mais 10 minutos;
Portanto, a pessoa precisará de mais 60 minutos.

Resposta da questão 27:
[E]

$$\frac{8cm}{2000km} = \frac{8cm}{200\ 0000\ 000\ cm} = \frac{1}{25\ 000\ 000}$$

Resposta da questão 28:
[B]

$$\frac{20.10^6}{800.10^3} = \frac{200.10^5}{8.10^5} = 25$$

Resposta da questão 29:
[D]

$$\frac{8}{32} = \frac{x}{28} \Leftrightarrow x = 7$$

Número de homens internados será 28000 + 7000 = 35000.

Resposta da questão 30:
[C]

Montante: x
Após o primeiro mês: x – 0,3x = 0,7x
Após o 2º mês: 0,7x + 0,2.0,3x = 0,76x
0,76x = 3800
x = 5000.

Resposta da questão 31:
[D]

Ganho na poupança: $\frac{0,560}{100} \cdot 500 = 2,80$

Ganho no CDB: $\frac{0,876}{100} \cdot 500 - \frac{4}{100} \cdot \frac{0,876}{100} \cdot 500 \simeq 4,21$

Portanto, resposta [D].

Resposta da questão 32:
[C]

V = valor aplicado.
Rentabilidade anual de valor V aplicado no investimento:
A: $V(1,03)^{12} = 1,426V$
B: $V.(1,36) = 1,36.V$
C: $V.(1,18)^2 = 1,392V$
A rentabilidade de A é maior.

Resposta da questão 33:
[C]

De acordo com o texto, a área alagada pelas enchentes pode chegar a um valor aproximado de
$\frac{2}{3} \cdot 210000 = 140.000 km^2$.

Resposta da questão 34:
[E]

$$\frac{42\ m}{21\ cm} = \frac{4200\ cm}{2,1\ cm} = 2000$$

Resposta da questão 35:
[C]

A constante e dobrando ℓ temos r dobrado (ℓ e R (diretamente proporcionais).
ℓ constante e dobrando A temos R dividido por 2 (inversamente proporcionais).
R constante e dobrando ℓ temos A dobrado (diretamente proporcionais).

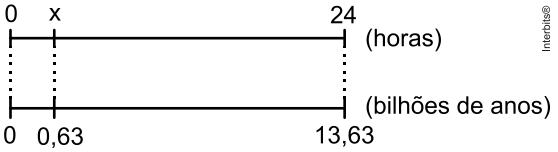
Resposta da questão 36:
[E]

10L(óleo) ---------10^7L (litros de água)
10^3 L ----------x L (litros de água)

$10x = 10^{10} \Leftrightarrow x = 10^9$ L

Resposta da questão 37:
[A]

Considere a figura abaixo, em que x denota o horário em que ocorreu a explosão da estrela GRB 090423.



Como os segmentos são proporcionais, temos que
$\frac{x}{24} = \frac{0,63}{13,63} \Rightarrow x \cong 1,11 h.$

Resposta da questão 38:
[C]

Sejam c e ℓ, respectivamente, o comprimento e a largura da piscina na escala dada.

Como $50\,m = 5000\,cm$ e $25\,m = 2500\,cm$, temos que

$$\frac{1}{100} = \frac{c}{5000} \Leftrightarrow c = 50\,cm \quad \frac{1}{100} = \frac{\ell}{2500} \Leftrightarrow \ell = 25\,cm.$$

Resposta da questão 39:
[A]

Se a massa m de banha é diretamente proporcional ao o volume v de biodiesel, então $m = k \cdot v$, em que k é a constante de proporcionalidade. Assim,

$$14 \cdot 10^6 = k \cdot 112 \cdot 10^6 \Leftrightarrow k = \frac{14}{112} \Leftrightarrow k = \frac{1}{8}.$$

Portanto, para produzir 48 milhões de litros de biodiesel serão necessários $m' = \frac{1}{8} \cdot 48 \cdot 10^6 = 6$ milhões de quilogramas de banha.

Resposta da questão 40:
[C]

Se x era o valor da bolsa em 2009, então
$1{,}2 \cdot x = 360 \Leftrightarrow x = R\$\,300{,}00.$
Com o aumento de 48% no número de bolsas ofertadas, o número de bolsas em 2010 passou a ser de $1{,}48 \cdot 29000 = 42920$. Tal aumento elevou o montante investido para $360 \cdot 42920 = R\$\,15.451.200{,}00$.
Com esses recursos, seria possível oferecer $\frac{15451200}{300} = 51504$ bolsas de $R\$\,300{,}00$.
Portanto, mantendo o valor da bolsa em $R\$\,300{,}00$, seria possível oferecer em 2010 $51504 - 29000 = 22.504$ bolsas a mais do quem em 2009.

Resposta da questão 41:
[D]

$$26.x = \frac{4}{100}.260.400$$
$$26x = 4160$$
$$x = 160$$

$$26.x = \frac{4}{100}.260.400$$
$$26x = 4160$$

Resposta da questão 42:
[B]

40%foram curados e 60% se submeteram a tratamentos inovadores.

Pacientes curados em tratamentos inovadores:
$$\frac{35}{100}.\frac{30}{100} + \frac{45}{100}.\frac{30}{100} = 24\%$$

Resposta da questão 43:
[C]

Sejam c, b e a, respectivamente, a concentração de CO_2, a quantidade de biomassa produzida e a área cultivada. Supondo que c e b são proporcionais e que a é inversamente proporcional a c, vem que

$$c = k \cdot \frac{b}{a} \Leftrightarrow k = \frac{ac}{b}.$$

Dobrando a quantidade de CO_2 teríamos, de acordo com o enunciado, $2c = k \cdot \frac{1{,}4b}{a'} \Leftrightarrow 2c = \frac{ac}{b} \cdot \frac{1{,}4b}{a'} \Leftrightarrow a = \frac{10}{7} \cdot a'.$

Para dobrar a produção da biomassa da cana-de-açúcar, a porcentagem da área cultivada hoje deveria ser tal que
$$2c = k \cdot \frac{2b}{a''} \Leftrightarrow 2c = \frac{ac}{b} \cdot \frac{2b}{a''} \Rightarrow a'' = \frac{10}{7} \cdot a' \cong 142{,}86\% \cdot a'.$$

Resposta da questão 44:
[C]

$$\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$ (duas partes num total de cinco)

Portanto, a representação **C** é conveniente.

Resposta da questão 45:
[D]

$$\frac{56}{100}.14900 = 8344$$

Resposta da questão 46:
[A]

$$\frac{9{,}8}{100}.250000 = 24500$$

Resposta da questão 47:
[C]

Variação do lucro = $\frac{145 - 132}{132} = \frac{13}{132} \approx 9{,}85\%$

Resposta da questão 48:
[C]

Em 2006, produção do Brasil = 43% de 490 = 17,2 bilhões de litros.
Produção dos EUA = 45% de 40 = 18 bilhões de litros

Em 2009, os EUA produzirá 9 bilhões de litros (metade da produção de 2006).O Brasil terá que produzir 9 bilhões de Litros a mais.

Em porcentagem, temos $\frac{9}{17,2} = 52,3\%$

Resposta da questão 49:
[E]

Após a troca das lâmpadas o consumo passará a ser de $(100-20)\% \cdot 63 = 0,8 \cdot 63 \cong 50\,\text{kWh}.$

Resposta da questão 50:
[A]

Em abril de 2001 . 321,9 milhões de passageiros e x é o número de veículos. $\frac{321,9}{x} = 400 \Leftrightarrow x \approx 0,8$

Em outubro de 2008. P = número de passageiros.

$\frac{P}{08} = 441 \Leftrightarrow P \approx 353$

Valor mais próximo do resultado obtido se encontra no item A

Resposta da questão 51:
[D]

4% ----------925 bilhões
3%----------x

Logo x = $\frac{3.925\,bilhões}{4} \Leftrightarrow$ x = 693,75 bilhões.

Resposta da questão 52:
[D]

No desenho:
x = comprimento do avião.
y = largura do avião.

$\frac{x}{36} = \frac{y}{28,5} = \frac{1}{150} \Leftrightarrow x = 0,24m = 24cm$ e y = 0,19m = 19cm

19 + 1 + 1 = 21 e 24 + 1 + 1 = 26

Resposta da questão 53:
[B]

Volume de combustível para 16 voltas

75L ----------100km
V ----------16.7 V = 84 L

0,75.84 = 63kg(massa do combustível)
Massa(peso) do carro = 605 + 63 = 668 kg

Resposta da questão 54:
[B]

V = 2.15.1,1 = 33m^3 = 33000 L logo 33000 dividido por 110 = 300m^2

Resposta da questão 55:
[C]

Taxa de variação: $\frac{200-120}{1200-600} = \frac{80}{600} = \frac{2}{15}$.
Para cada um real de aumento nas vendas o salário semanal deverá aumentar 2/25.

Como o aumento nas vendas foi de 990 – 600 = 390.

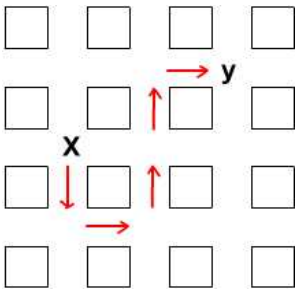
O salário semanal deverá ser 120 + $\frac{2}{15} \cdot 390 = 172$ reais.

Resposta da questão 56:
[D]

O caminho do ônibus está destacado ao lado;

5.200 = 1km.
1h ----------40km
x----------1km

logo x = 0,025horas = 1,5 minutos



Resposta da questão 57:
[E]

Se existisse uma proporcionalidade direta o gráfico seria uma única reta e se existisse, embora absurda, uma proporcionalidade inversa o gráfico seria uma hipérbole.

Resposta da questão 58:
[D]

8 compassos cuja fórmula é 3/4 = $8.\frac{3}{4} = 6$

24 colcheias e 12 semínimas = $24 \cdot \frac{1}{8} + 12 \cdot \frac{1}{4} = 6$

Resposta da questão 59:
[A]

Alunos	dias	horas	Alimento(kg)
20	10	3	120g
50	20	4	x

$$\frac{120}{20.10.3} = \frac{x}{50.20.4} \Leftrightarrow x = 800kg$$

Total arrecadado = 800 + 120 = 920kg

Resposta da questão 60:
[A]

5 ciclos de Vênus_____8 anos terrestres
x ciclos de Vênus_____48 anos terrestres

logo 8x = 48.5 ⇔ x = 30

Resposta da questão 61:
[B]

200 pneus(1 tonelada) ----------530kg
20.000.000 pneus----------x

x = 53.000.000 kg
x = 53.000 toneladas

Resposta da questão 62:
[A]

$$x.\frac{500}{250} + y.\frac{560}{200} = 462 \Leftrightarrow 2x + 2{,}8y = 462$$

Resposta da questão 63:
[A]

C(x) = 2x + 7
V(x) $-2x^2 + 229{,}76x - 441{,}84$.
L(x) = $-2x^2 + 229{,}76x - 441{,}84. - 0{,}88(2x + 7)$
L(x) = $-2x^2 + 228x - 448{,}00$

Resposta da questão 64:
[D]

$$23\,020\,000.\left(1+\frac{4}{100}\right) = 23\,940\,800$$

Resposta da questão 65:
[E]

Considerando o gráfico, temos:
Total de alunos = 4 + 10 + 18 + 16 + 2 = 50
Alunos aprovados = 18 + 16 + 2 = 36
Logo a porcentagem de aprovados será $\frac{26}{50} = \frac{72}{100} = 72\%$

Resposta da questão 66:
[D]

Em julho de 2007: 4974 km^2
Em julho de 2010: 1,64 . 4974 = 8157 km^2

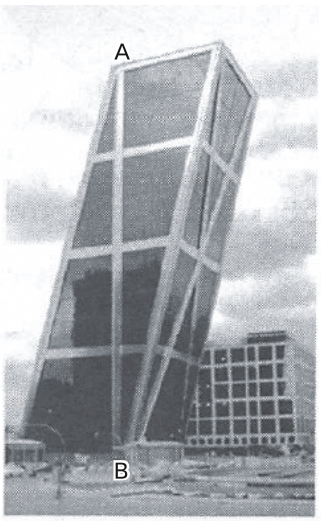
Mato grosso: 56% de 8157 $\approx$ 4568 km^2
Superior a 3000 e inferior a 4700 km^2

Resposta da questão 67:
[E]

Dívida total 12x 150 + 400 = 2200
Dívida com desconto 1500 + 300 = 1800
A melhor opção é pegar o dinheiro com José para a quitação do cartão de crédito e pagar as parcelas do cheque especial
300x 1,25 + 1800 = 2.175,00

Trigonometria

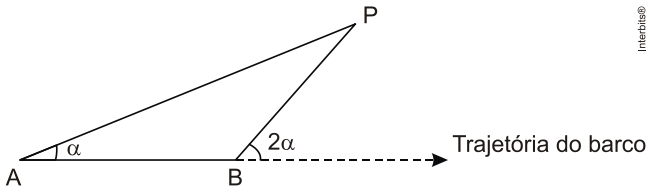
1. (Enem 2013) As torres Puerta de Europa são duas torres inclinadas uma contra a outra, construídas numa avenida de Madri, na Espanha. A inclinação das torres é de 15° com a vertical e elas têm, cada uma, uma altura de 114 m (a altura é indicada na figura como o segmento AB). Estas torres são um bom exemplo de um prisma oblíquo de base quadrada e uma delas pode ser observada na imagem.



Disponível em: www.flickr.com.
Acesso em: 27 mar. 2012

Utilizando 0,26 como valor aproximado para tangente de 15º e duas casas decimais nas operações, descobre-se que a área da base desse prédio ocupa na avenida um espaço
a) menor que $100m^2$.
b) entre $100m^2$ e $300m^2$.
c) entre $300m^2$ e $500m^2$.
d) entre $500m^2$ e $700m^2$.
e) maior que $700m^2$.

2. (Enem 2011) Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual a fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B de modo que fosse possível ver o mesmo ponto P da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α. A figura ilustra essa situação:

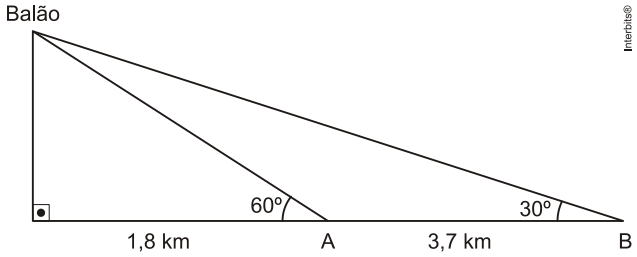


Interbits®

Suponha que o navegante tenha medido o ângulo $\alpha = 30°$ e, ao chegar ao ponto B, verificou que o barco havia percorrido a distância $AB = 2000\ m$. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será
a) $1000\ m$.
b) $1000\sqrt{3}\ m$.
c) $2000\dfrac{\sqrt{3}}{3}m$.
d) $2000\ m$.
e) $2000\sqrt{3}\ m$.

3. (Enem 2010) Um balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a Noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nesta segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, Franca, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio, e sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição.

Disponível em: http://www.correiodobrasil.com.br. Acesso em: 02 maio 2010.



Interbits®

Na data do acontecido, duas pessoas avistaram o balão. Uma estava a 1,8 km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de 60°; a outra estava a 5,5 km da posição vertical do balão, alinhada com a primeira, e no mesmo sentido, conforme se vê na figura, e o avistou sob um ângulo de 30°.

Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?
a) 1,8 km
b) 1,9 km
c) 3,1 km
d) 3,7 km
e) 5,5 km

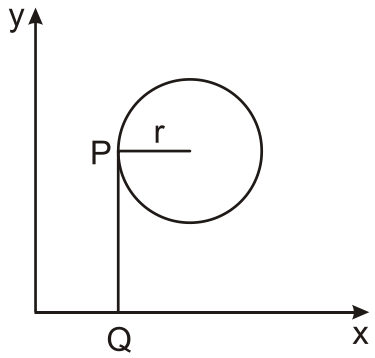
4. (Enem 2010) Um satélite de telecomunicações, *t* minutos após ter atingido sua órbita, está a *r* quilômetros de distância do centro da Terra. Quando *r* assume seus valores máximo e mínimo, diz-se que o satélite atingiu o *apogeu* e o *perigeu*, respectivamente. Suponha que, para esse satélite, o valor de *r* em função de *t* seja dado por

$$r(t) = \frac{5865}{1 + 0{,}15.\cos(0{,}06t)}$$

Um cientista monitora o movimento desse satélite para controlar o seu afastamento do centro da Terra. Para isso, ele precisa calcular a soma dos valores de *r*, no *apogeu* e no *perigeu*, representada por S.

O cientista deveria concluir que, periodicamente, S atinge o valor de
a) 12 765 km.
b) 12 000 km.
c) 11 730 km.
d) 10 965 km.
e) 5 865 km.

5. (Enem 2009) Considere um ponto P em uma circunferência de raio r no plano cartesiano. Seja Q a projeção ortogonal de P sobre o eixo x, como mostra a figura, e suponha que o ponto P percorra, no sentido anti-horário, uma distância d ≤ r sobre a circunferência.



Então, o ponto Q percorrerá, no eixo *x*, uma distância dada por

a) $r\left(1-\operatorname{sen}\frac{d}{r}\right)$.

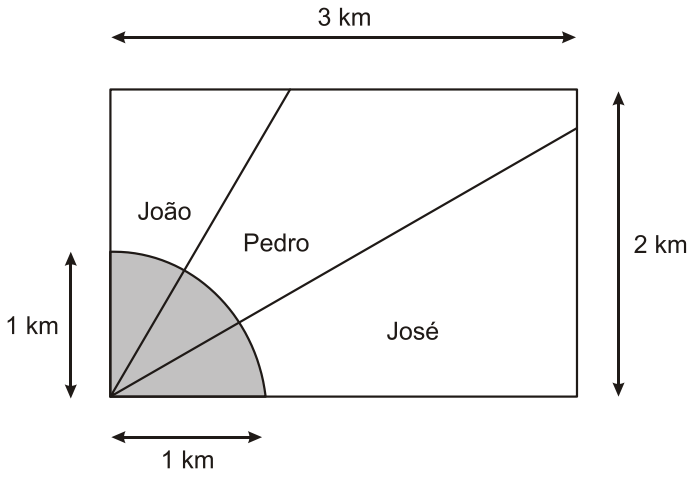
b) $r\left(1-\cos\frac{d}{r}\right)$.

c) $r\left(1-\operatorname{tg}\frac{d}{r}\right)$.

d) $r\operatorname{sen}\left(\frac{r}{d}\right)$.

e) $r\cos\left(\frac{r}{d}\right)$.

6. (Enem 2009) Ao morrer, o pai de João, Pedro e José deixou como herança um terreno retangular de 3 km x 2 km que contém uma área de extração de ouro delimitada por um quarto de círculo de raio 1 km a partir do canto inferior esquerdo da propriedade. Dado o maior valor da área de extração de ouro, os irmãos acordaram em repartir a propriedade de modo que cada um ficasse com a terça parte da área de extração, conforme mostra a figura.



Em relação à partilha proposta, constata-se que a porcentagem da área do terreno que coube a João corresponde, aproximadamente, a

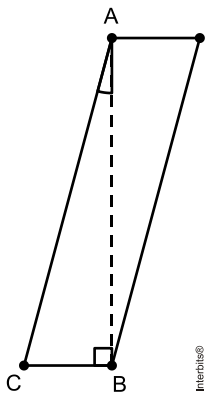
(considere $\frac{\sqrt{3}}{3} = 0{,}58$)

a) 50%.
b) 43%.
c) 37%.
d) 33%.
e) 19%.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[E]

Considere a vista lateral de uma das torres Puerta de Europa.



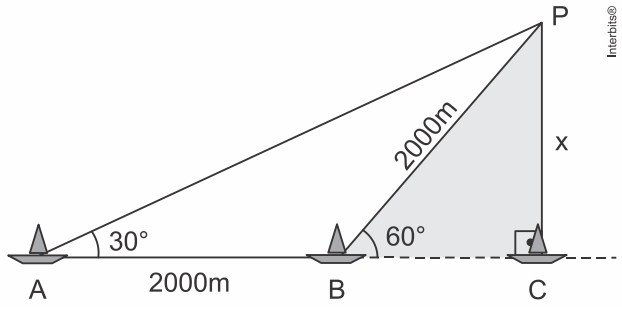
Do triângulo ABC, obtemos

$$tgB\hat{A}C = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow tg15° = \frac{\overline{BC}}{114}$$
$$\Rightarrow \overline{BC} \cong 114 \cdot 0,26$$
$$\Leftrightarrow \overline{BC} \cong 29,64 \text{ m}.$$

Portanto, como a base é um quadrado, segue-se que sua área é aproximadamente igual a

$$\overline{BC}^2 = (29,64)^2 \cong 878,53 \text{ m}^2.$$

Resposta da questão 2:
[B]

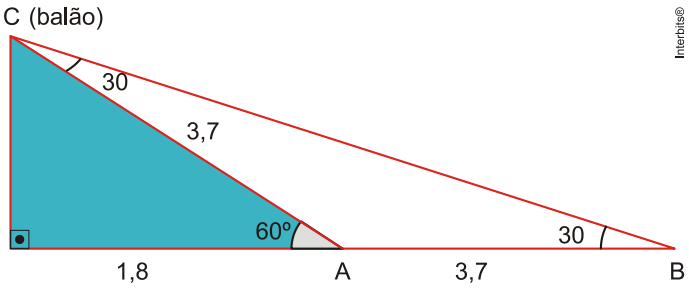


ΔABP é isósceles $(AB = BP = 2000)$

No ΔPBC temos:

$$sen60^o = \frac{d}{2000}$$
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{2000}$$
$$d = 1000\sqrt{3} \text{ m}$$

Resposta da questão 3:
[C]



$$tg60$$
$$\sqrt{3} = \frac{H}{1,8}$$
$$H = 1,8.\sqrt{3}$$
$$H \approx 3,1m$$

Resposta da questão 4:
[B]

Maior valor (cos (0,06t) = -1) ⇒

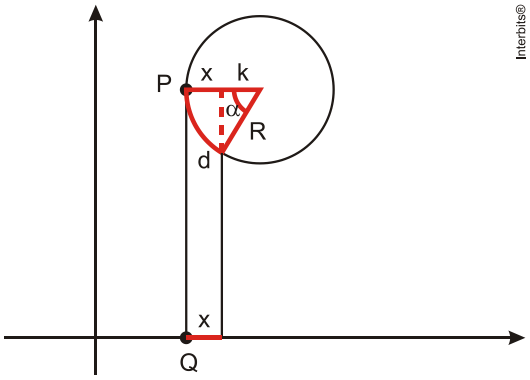
$$r(t) = \frac{5865}{1 + 0,15.(-1)} = 6900$$

Menor valor(cos(0,06t) = 1) ⇒ $r(t) = \frac{5865}{1 + 0,15.(1)} = 5100$

Somando, temos:
6900 + 5100 = 12000

Resposta da questão 5:
[B]

$\alpha = d/r$ (rad)
$K = r.\cos(d/R)$
$X = R - k$
$X = R - R.\cos(d/r)$
$X = R(1-\cos(d/R))$



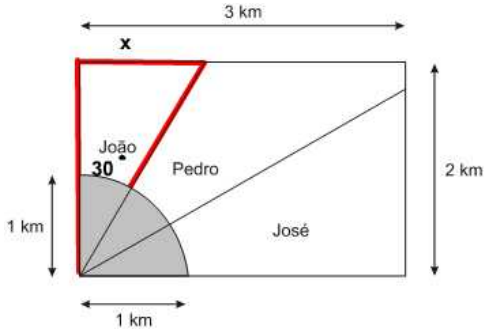
Resposta da questão 6:
[E]

No triângulo assinalado (João) temos:

$$tg30^o = \frac{x}{2} \Leftrightarrow x = 2\frac{\sqrt{3}}{3} = 2.0{,}58 = 1{,}16$$

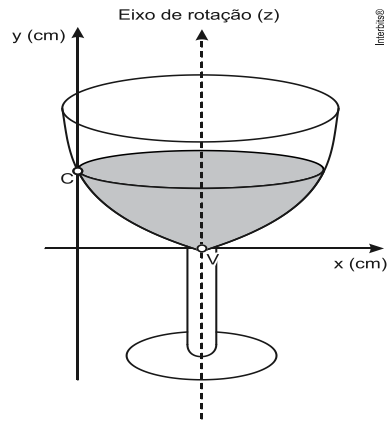
$$A = \frac{1{,}16.2}{2} = 1{,}16$$

$$Em\ porcentagem\ \frac{1{,}16}{6} \approx 19\%$$



Funções Polinomiais

1. (Enem 2013) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z, conforme mostra a figura.



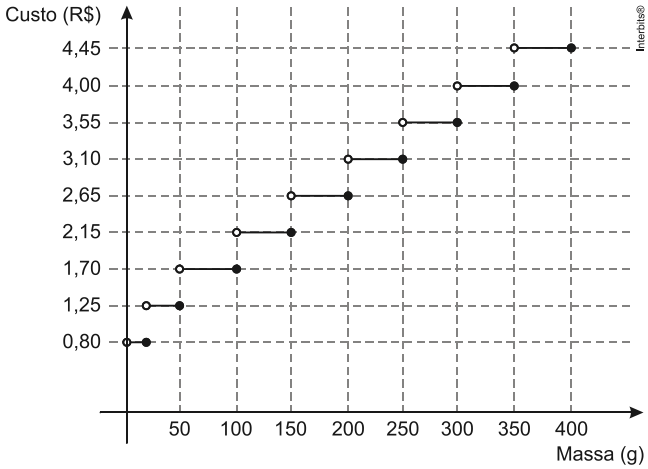
A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$, onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V, na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x.

Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é
a) 1.
b) 2.
c) 4.
d) 5.
e) 6.

2. (Enem 2013) A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t = 0) e varia de acordo com a expressão $T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$, com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39°.

Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?
a) 19,0
b) 19,8
c) 20,0
d) 38,0
e) 39,0

3. (Enem 2013) Deseja-se postar cartas não comerciais, sendo duas de 100g, três de 200g e uma de 350g. O gráfico mostra o custo para enviar uma carta não comercial pelos Correios:

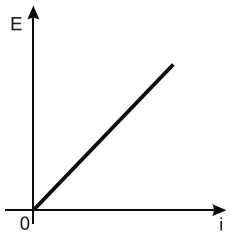


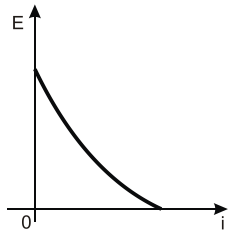
Disponível em: www.correios.com.br. Acesso em: 2 ago. 2012 (adaptado).

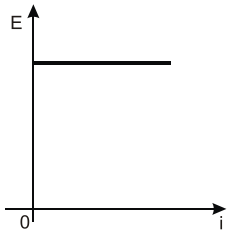
O valor total gasto, em reais, para postar essas cartas é de
a) 8,35.
b) 12,50.

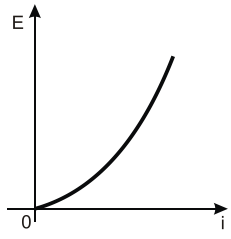
c) 14,40.
d) 15,35.
e) 18,05.

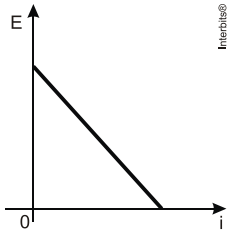
4. (Enem 2012) Existem no mercado chuveiros elétricos de diferentes potências, que representam consumos e custos diversos. A potência (P) de um chuveiro elétrico é dada pelo produto entre sua resistência elétrica (R) e o quadrado da corrente elétrica (i) que por ele circula. O consumo de energia elétrica (E), por sua vez, é diretamente proporcional à potência do aparelho.
Considerando as características apresentadas, qual dos gráficos a seguir representa a relação entre a energia consumida (E) por um chuveiro elétrico e a corrente elétrica (i) que circula por ele?

a)


b)


c)


d)


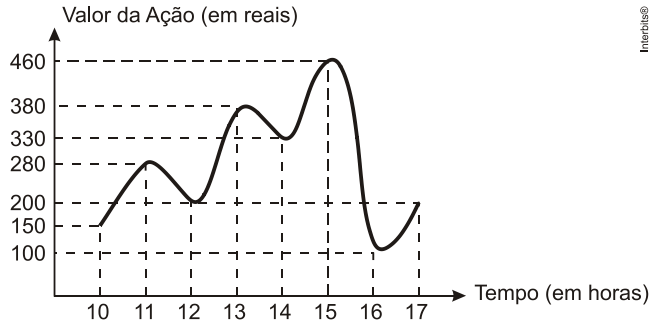
e)


5. (Enem 2012) As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as quantidades de oferta e de demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações:

$Q_O = -20 + 4P$
$Q_D = 46 - 2P$

em que Q_O é quantidade de oferta, Q_D é a quantidade de demanda e P é o preço do produto.
A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando Q_O e Q_D se igualam.
Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?
a) 5
b) 11
c) 13
d) 23
e) 33

6. (Enem 2012) O gráfico fornece os valores das ações da empresa *XPN*, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



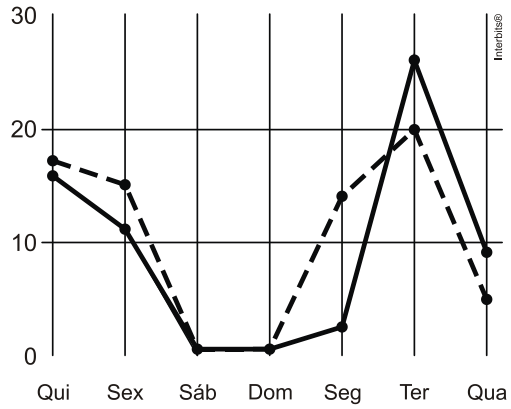
Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Investidor	Hora da Compra	Hora da Venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

7. (Enem 2012) A figura a seguir apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e

resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha continua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demorarem mais de um dia para serem resolvidas.



O gerente de atendimento deseja identificar os dias da semana em que o nível de eficiência pode ser considerado muito bom, ou seja, os dias em que o número de reclamações resolvidas excede o número de reclamações recebidas.

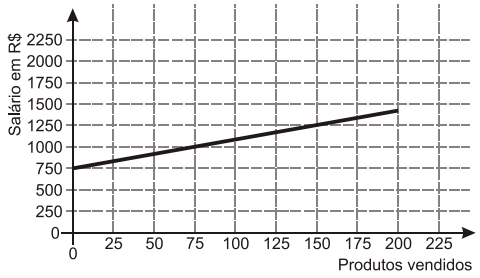
Disponível em: http://bibliotecaunix.org. Acesso em: 21 jan. 2012 (adaptado).

O gerente de atendimento pôde concluir, baseado no conceito de eficiência utilizado na empresa e nas informações do gráfico, que o nível de eficiência foi muito bom na

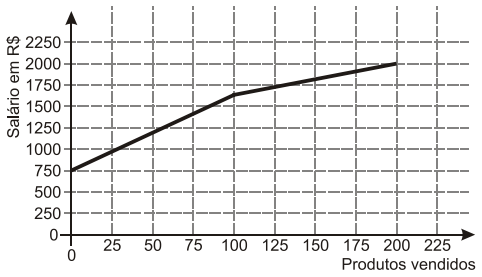
a) segunda e na terça-feira.
b) terça e na quarta-feira.
c) terça e na quinta-feira.
d) quinta-feira, no sábado e no domingo.
e) segunda, na quinta e na sexta-feira.

8. (Enem 2012) Certo vendedor tem seu salário mensal calculado da seguinte maneira: ele ganha um valor fixo de R$750,00, mais uma comissão de R$3,00 para cada produto vendido. Caso ele venda mais de 100 produtos, sua comissão passa a ser de R$9,00 para cada produto vendido, a partir do 101º produto vendido.
Com essas informações, o gráfico que melhor representa a relação entre salário e o número de produtos vendidos é

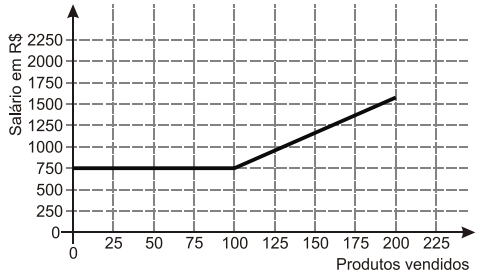
a)



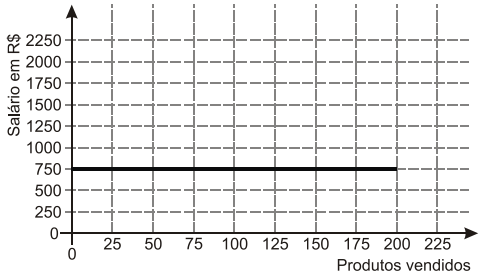
b)



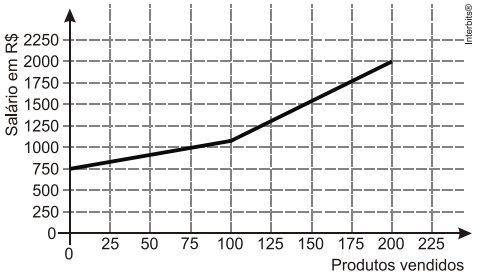
c)



d)

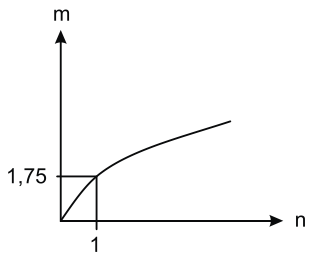


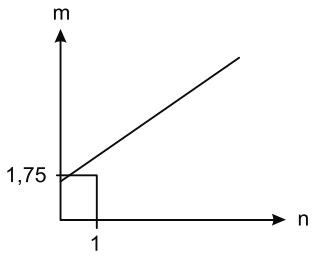
e)

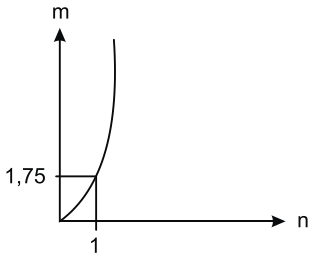


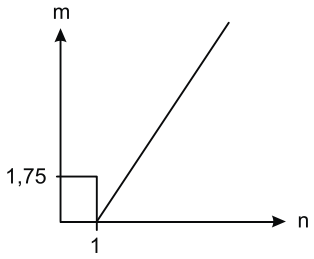
9. (Enem 2011) As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R$ 1,75 o quilograma. Dos gráficos a seguir, o que representa o preço *m* pago em reais pela compra de *n* quilogramas desse produto é

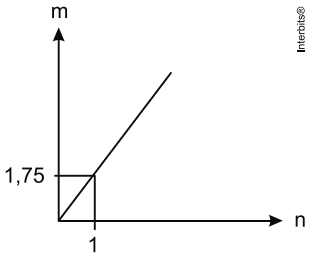
a)



b)


c)


d)


e)


10. (Enem 2011) O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou $R\$\ 100.000,00$ por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de $R\$\ 350.000,00$, enquanto a segunda cobrou $R\$\ 120.000,00$ por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de $R\$\ 150.000,00$. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada.
Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

a) $100n + 350 = 120n + 150$
b) $100n + 150 = 120n + 350$
c) $100(n + 350) = 120(n + 150)$
d) $100(n + 350.000) = 120(n + 150.000)$
e) $350(n + 100.000) = 150(n + 120.000)$

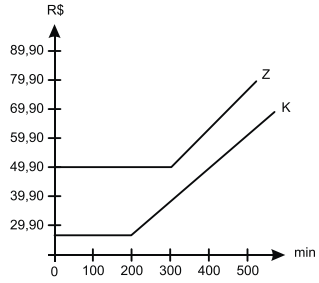
11. (Enem 2011) O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4.300 vagas no setor, totalizando 880.605 trabalhadores com carteira assinada.

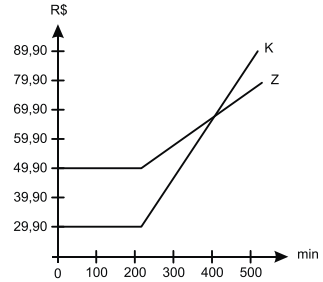
Disponível em: http://www.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é

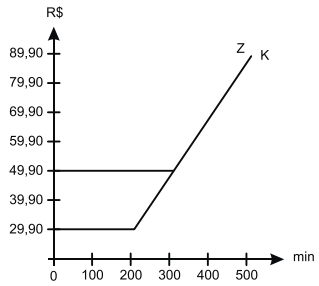
a) $y = 4300x$
b) $y = 884\ 905x$
c) $y = 872\ 005 + 4300x$
d) $y = 876\ 305 + 4300x$
e) $y = 880\ 605 + 4300x$

12. (Enem 2011) Uma empresa de telefonia fixa oferece dois planos aos seus clientes: no plano K, o cliente paga $R\$\ 29,90$ por 200 minutos mensais e $R\$\ 0,20$ por cada minuto excedente; no plano Z, paga $R\$\ 49,90$ por 300 minutos mensais e $R\$\ 0,10$ por cada minuto excedente. O gráfico que representa o valor pago, em reais, nos dois planos em função dos minutos utilizados é

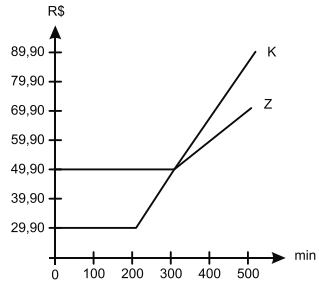
a)


b)


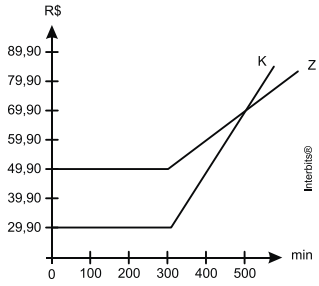
c)



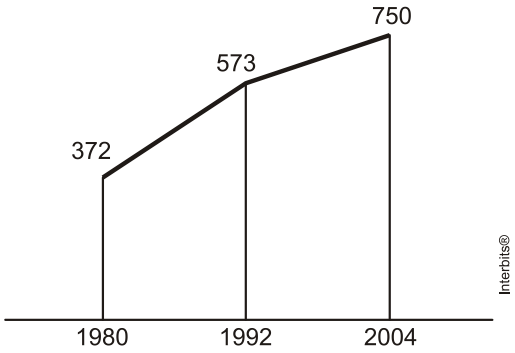
d)



e)



13. (Enem 2010) O gráfico mostra o número de favelas no município do Rio de Janeiro entre 1980 e 2004, considerando que a variação nesse número entre os anos considerados é linear.



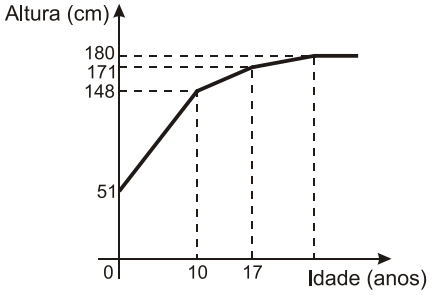
Favela Tem Memória. *Época*. Nº 621, 12 abr. 2010 (adaptado).

Se o padrão na variação do período 2004/2010 se mantiver nos próximos 6 anos, e sabendo que o número de favelas em 2010 e 968, então o número de favelas em 2016 será
a) menor que 1150.
b) 218 unidades maior que em 2004.
c) maior que 1150 e menor que 1200.
d) 177 unidades maior que em 2010.
e) maior que 1200.

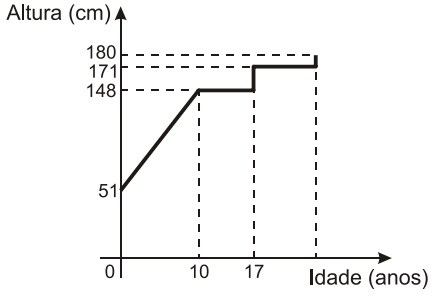
14. (Enem 2010) Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que, de 0 a 10 anos, a variação da sua altura se dava de forma mais rápida do que dos 10 aos 17 anos e, a partir de 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível. Para ilustrar essa situação, esse casal fez um gráfico relacionando as alturas do filho nas idades consideradas.

Que gráfico melhor representa a altura do filho desse casal em função da idade?

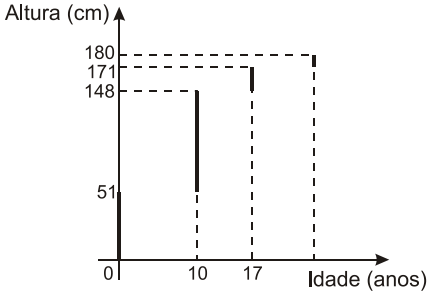
a)



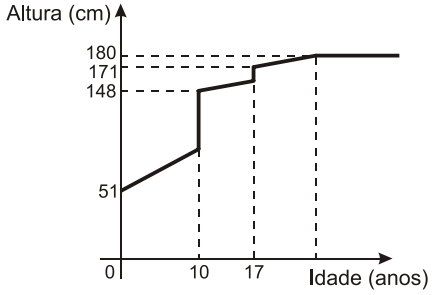
b)



c)



d)



15. (Enem 2010) Embora o Índice de Massa Corporal (IMC) seja amplamente utilizado, existem ainda inúmeras restrições teóricas ao uso e as faixas de normalidade preconizadas.
O Recíproco do Índice Ponderal (RIP), de acordo com o modelo alométrico, possui uma melhor fundamentação matemática, já que a massa é uma variável de dimensões cúbicas e a altura, uma variável de dimensões lineares.

As fórmulas que determinam esses índices são:

$$IMC = \frac{massa(kg)}{[altura(m)]^2} \qquad RIP = \frac{altura(cm)}{\sqrt[3]{massa(kg)}}$$

ARAÚJO. C. G. S.; RICARDO, D.R. *Índice de Massa Corporal: Um Questionamento Científicio Baseado em Evidências.* Arq.Bras. Cardiologia, volume 79, n.o 1, 2002 (adaptado).

Se uma menina, com 64 kg de massa, apresenta IMC igual a 25 kg/m^2, então ela possui RIP igual a

a) $0{,}4\ cm/kg^{1/3}$

b) $2{,}5\ cm/kg^{1/3}$

c) $8\ cm/kg^{1/3}$

d) $20\ cm/kg^{1/3}$

e) $40\ cm/kg^{1/3}$

16. (Enem 2010) Nos processos industriais, como na indústria de cerâmica, é necessário o uso de fornos capazes de produzir elevadas temperaturas e, em muitas situações, o tempo de elevação dessa temperatura deve ser controlado, para garantir a qualidade do produto final e a economia no processo.
Em uma indústria de cerâmica, o forno é programado para elevar a temperatura ao longo do tempo de acordo com a função

$$T(t) = \begin{cases} -\frac{7}{5}t + 20, \text{ para } 0 \le t < 100 \\ \frac{2}{125}t^2 - \frac{16}{5}t + 320, \text{ para } t \ge 100 \end{cases}$$

em que T é o valor da temperatura atingida pelo forno, em graus Celsius, e t é o tempo, em minutos, decorrido desde o instante em que o forno é ligado.
Uma peça deve ser colocada nesse forno quando a temperatura for 48°C e retirada quando a temperatura for 200°C.

O tempo de permanência dessa peça no forno é, em minutos, igual a
a) 100.
b) 108. .
c) 128.
d) 130.
e) 150.

17. (Enem 2009) Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros.

Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona V e x é
a) $V = 10.000 + 50x - x^2$.
b) $V = 10.000 + 50x + x^2$.
c) $V = 15.000 - 50x - x^2$.
d) $V = 15.000 + 50x - x^2$.
e) $V = 15.000 - 50x + x^2$.

18. (Enem 2009) Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.

O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br. Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?
a) y = 30x.
b) y = 25x + 20,2.
c) y = 1,27x.
d) y = 0,7x.
e) y = 0,07x + 6.

19. (Enem 2009) A tabela mostra alguns dados da emissão de dióxido de carbono de uma fábrica, em função do número de toneladas produzidas.

Produção (em toneladas)	Emissão de dióxido de carbono (em partes por milhão – ppm)
1,1	2,14
1,2	2,30
1,3	2,46
1,4	1,64
1,5	2,83
1,6	3,03
1,7	3,25
1,8	3,48
1,9	3,73

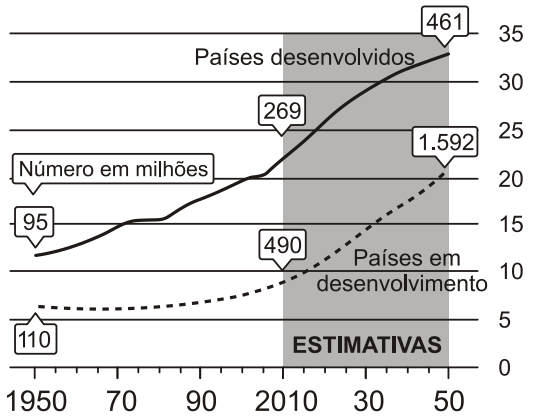
2,0	4,00

Cadernos do Gestar II, Matemática TP3. Disponível em: www.mec.gov.br. Acesso em: 14 jul. 2009.

Os dados na tabela indicam que a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas) é

a) inferior a 0,18.
b) superior a 0,18 e inferior a 0,50.
c) superior a 0,50 e inferior a 1,50.
d) superior a 1,50 e inferior a 2,80.
e) superior a 2,80.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.



Fonte: *Perspectivas da População Mundial*, ONU, 2009.
Disponível em: www.economist.com. Acesso em: 9 jul. 2009 (adaptado).

20. (Enem 2009) Em 2050,a probabilidade de se escolher, aleatoriamente, uma pessoa com 60 anos ou mais de idade, na população dos países desenvolvidos, será um número mais próximo de

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{7}{20}$
c) $\frac{8}{25}$
d) $\frac{1}{5}$
e) $\frac{3}{25}$

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[E]

A abscissa do vértice da parábola $y = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$ é igual a $-\frac{(-6)}{2\cdot\frac{3}{2}} = 2.$

Por outro lado, sabendo que o vértice da parábola pertence ao eixo das ordenadas, temos:

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} \Leftrightarrow 0 = -\frac{(-6)^2 - 4\cdot\frac{3}{2}\cdot C}{4\cdot\frac{3}{2}}$$
$$\Leftrightarrow 6C - 36 = 0$$
$$\Leftrightarrow C = 6.$$

Portanto, segue-se que o resultado pedido é $f(0) = C = 6\,\text{cm}.$

Resposta da questão 2:
[D]

Queremos calcular o valor de t para o qual se tem $T(t) = 39.$ Desse modo,

$$39 = -\frac{t^2}{4} + 400 \Leftrightarrow \frac{t^2}{4} = 361$$
$$\Rightarrow t = \sqrt{4\cdot 361}$$
$$\Leftrightarrow t = 38\,\text{min}.$$

Resposta da questão 3:
[D]

De acordo com o gráfico, segue que o resultado pedido é

$$2\cdot 1{,}7 + 3\cdot 2{,}65 + 4 = \text{R\$ } 15{,}35.$$

Resposta da questão 4:
[D]

$P = r \cdot i^2$

$P = k \cdot E$

$k \cdot E = r \cdot i^2 \Rightarrow E = \frac{r.i^2}{k}$ (como r e kA são constantes reais, temos uma função do segundo grau na variável i).

Portanto, o melhor gráfico para que representa a relação pedida é o da alternativa [D].

Resposta da questão 5:
[B]

O preço de equilíbrio é tal que

$$\begin{aligned} Q_O = Q_D &\Leftrightarrow -20 + 4P = 46 - 2P \\ &\Leftrightarrow 6P = 66 \\ &\Leftrightarrow P = 11. \end{aligned}$$

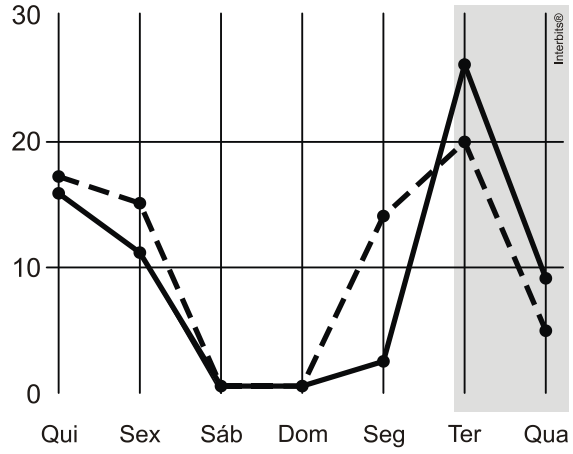
Resposta da questão 6:
[A]

Tabela obtida com as informações da tabela dada.

Investidor	compra	venda	ganhou	perdeu
1	150	460	310	-
2	150	200	50	-
3	380	460	80	-
4	460	100	-	360
6	100	200	100	-

Portanto, o investidor 1 fez o melhor negócio.

Resposta da questão 7:
[B]



Observando os gráficos é fácil verificar que o nível de eficiência foi muito bom na terça e na quarta-feira.

Resposta da questão 8:
[E]

A função $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, que descreve a relação entre o salário f(x) e o número x de produtos vendidos, é definida por

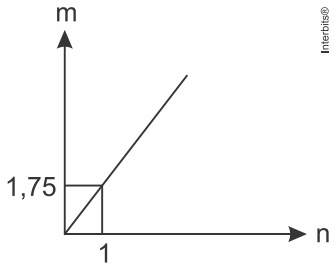
$$\begin{aligned} f(x) &= \begin{cases} 3x + 750, \text{ se } 0 \le x \le 100 \\ 9 \cdot (x - 100) + 300 + 750, \text{ se } x > 100 \end{cases} \\ &= \begin{cases} 3x + 750, \text{ se } 0 \le x \le 100 \\ 9x + 150, \text{ se } x > 100 \end{cases}. \end{aligned}$$

Logo, como $f(0) = 750$, $f(100) = 3 \cdot 100 + 750 = 1050$ e $f(200) = 9 \cdot 200 + 150 = 1950$, segue que o gráfico que melhor representa a função f é o da alternativa (e).

Resposta da questão 9:
[E]

O gráfico deverá representar a função $m = f(n) = 1{,}75 \cdot n$, onde *n* é o número de quilogramas comprados.

O gráfico correto é:



Resposta da questão 10:
[A]

Empresa A: $P_A = 100\,000x + 350\,000$
Empresa B: $P_B = 120\,000x + 150\,000$

Igualando os preços $P_A = P_B$, temos:

$100\,000x + 350\,000 = 120\,000x + 150\,000$.

Resposta da questão 11:
[C]

Admitido um crescimento constante, temos uma função de primeiro grau dada por:
y = ax + b, onde a = 4300 (taxa constante) e b = 880605 – 4300 = 876305.
Logo, y = 4300x + 876305.

Resposta da questão 12:
[D]

No plano k: $y = \begin{cases} 29{,}90 \text{ se } 0 < t \le 200 \\ 29{,}90 + (t - 200).0{,}20 \text{ se } t > 200 \end{cases}$

No plano z: $y = \begin{cases} 49{,}90 \text{ se } 0 < t \leq 300 \\ 49{,}90 + (t - 300).0{,}20 \text{ se } t > 300 \end{cases}$

Portanto, a resposta correta é a letra [D].

Resposta da questão 13:
[C]

Variação entre 2004 e 2010 = 968 – 750 = 218
Logo, em 2016 teremos: 968 + 218 = 1186 favelas.

Resposta da questão 14:
[A]

O gráfico A é o mais adequado, pois a inclinação de 10 a 17 é maior que a inclinação para valores maiores que 17.

Resposta da questão 15:
[E]

Seja h a altura da menina.

$$25 = \frac{64}{h^2} \Leftrightarrow h = 1{,}6m = 160cm$$

$$RIP = \frac{160}{\sqrt[3]{64}} = \frac{160}{4} = 40$$

Resposta da questão 16:
[D]

T(0) = 20° e T(100) = 160°C, logo :

$$48 = \frac{7}{5} \cdot t + 20 \Leftrightarrow t = 20\,min$$

200 =

$$\frac{2}{125} \cdot t^2 - \frac{16}{5} \cdot t + 320 \Leftrightarrow 2t^2 - 400t + 15000 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 200t -$$

Resolvendo, temos t = 150min ou t = 50min (não convém).
Logo, o tempo de permanência será 150 – 20 = 130 min.

Resposta da questão 17:
[D]

V= (1,5 –x/10). (1000 + 100x)
$V = 15000 + 50x - x^2$

Resposta da questão 18:
[E]

A função é do primeiro grau y = ax + b

Calculando o valor de a: $a = \frac{7{,}05 - 6{,}70}{15 - 10} = 0{,}07$

Portanto $y = 0{,}07x + b \Rightarrow 7{,}05 = 0{,}07.1{,}05 + b \Leftrightarrow b = 6$

Logo y = 0,07x + 6

Resposta da questão 19:
[D]

Taxa de variação = $\frac{4 - 2{,}14}{2 - 1{,}1} = \frac{1{,}86}{0{,}9} \approx 2{,}06$

1,50 < 2,06 < 2,80

Resposta da questão 20:
No gráfico o número procurado se encontra entre 30% e 35%
Escrevendo todas as frações na forma decimal temos:

½ = 50% 7/ 20 = 35% 8/25 = 32% 1/5 = 20% 3/25 = 12%

Então o valor procurado é de 32%(ou seja 8/25)

Geometria Plana

1. (Enem 2013) Um programa de edição de imagens possibilita transformar figuras em outras mais complexas. Deseja-se construir uma nova figura a partir da original. A nova figura deve apresentar simetria em relação ao ponto O.

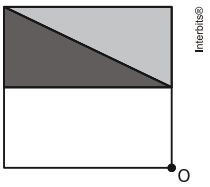
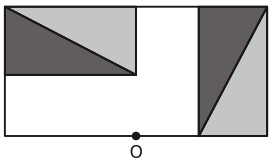
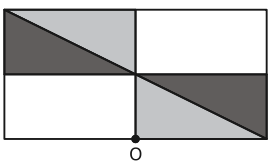
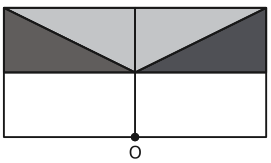


Figura original

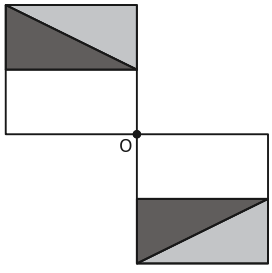
A imagem que representa a nova figura é:

a)


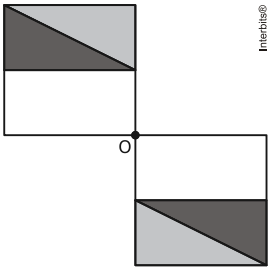
b)


c)


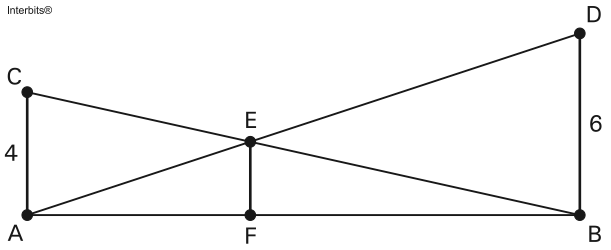
d)



e)



2. (Enem 2013) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6m e 4m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

a) 1 m
b) 2 m
c) 2,4 m
d) 3 m
e) $2\sqrt{6}$ m

3. (Enem 2013) Uma fábrica de fórmicas produz placas quadradas de lados de medida igual a y centímetros. Essas placas são vendidas em caixas com N unidades e, na caixa, é especificada a área máxima S que pode ser coberta pelas N placas.
Devido a uma demanda do mercado por placas maiores, a fábrica triplicou a medida dos lados de suas placas e conseguiu reuni-las em uma nova caixa, de tal forma que a área coberta S não fosse alterada.

A quantidade X, de placas do novo modelo, em cada nova caixa será igual a:

a) $\frac{N}{9}$
b) $\frac{N}{6}$
c) $\frac{N}{3}$
d) 3N
e) 9N

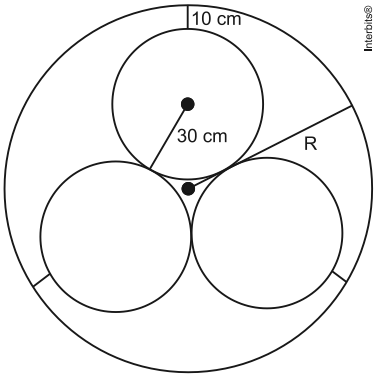
4. (Enem 2013) A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça.

Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 3 mar. 2012.

Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%.

Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em
a) 4%.
b) 20%.
c) 36%.
d) 64%.
e) 96%.

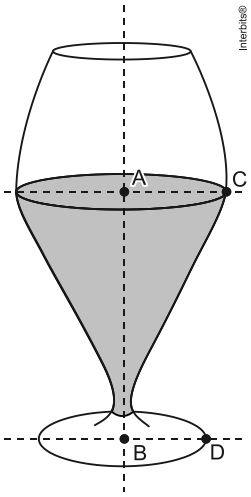
5. (Enem 2013) Em um sistema de dutos, três canos iguais, de raio externo 30 cm, são soldados entre si e colocados dentro de um cano de raio maior, de medida R. Para posteriormente ter fácil manutenção, é necessário haver uma distância de 10cm entre os canos soldados e o cano de raio maior. Essa distância é garantida por um espaçador de metal, conforme a figura:



Utilize 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

O valor de R, em centímetros, é igual a
a) 64,0.
b) 65,5.
c) 74,0.
d) 81,0.
e) 91,0.

6. (Enem 2013) Um restaurante utiliza, para servir bebidas, bandejas com base quadradas. Todos os copos desse restaurante têm o formato representado na figura:



Considere que $\overline{AC} = \frac{7}{5}\overline{BD}$ e que ℓ é a medida de um dos lados da base da bandeja.

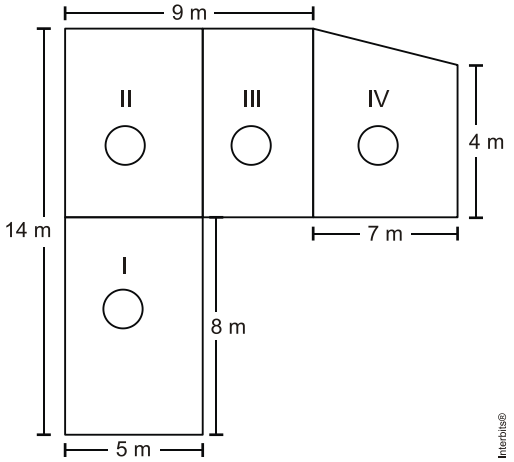
Qual deve ser o menor valor da razão $\frac{\ell}{\overline{BD}}$ para que uma bandeja tenha capacidade de portar exatamente quatro copos de uma só vez?
a) 2
b) $\frac{14}{5}$
c) 4
d) $\frac{24}{5}$
e) $\frac{28}{5}$

7. (Enem 2012) Em 20 de fevereiro de 2011 ocorreu a grande erupção do vulcão Bulusan nas Filipinas. A sua localização geográfica no globo terrestre é dada pelo GPS (sigla em inglês para Sistema de Posicionamento Global) com longitude de 124° 3' 0" a leste do Meridiano de Greenwich.
Dado: 1° equivale a 60' e 1' equivale a 60".

PAVARIN, G. *Galileu*, fev. 2012 (adaptado)

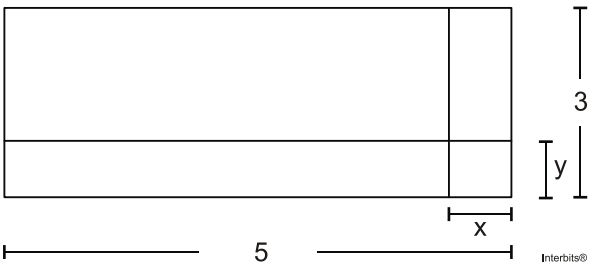
A representação angular da localização do vulcão com relação a sua longitude da forma decimal é
a) 124,02°.
b) 124,05°.
c) 124,20°.
d) 124,30°.
e) 124,50°.

8. (Enem 2012) Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m^2 de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m^2 de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos é um trapézio).



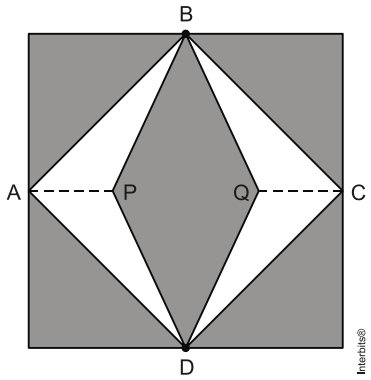
Avaliando-se todas as informações, serão necessários
a) quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.
b) três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.
c) duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.
d) uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.
e) nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.

9. (Enem 2012) Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem, mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é (5 – x) (3 – y).



Nessas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por:
a) 2xy
b) 15 – 3x
c) 15 – 5y
d) –5y – 3x
e) 5y + 3x – xy

10. (Enem 2012) Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou a colocação de vitrais compostos de quadrados de lado medindo 1 m, conforme a figura a seguir.



Nesta figura, os pontos A, B, C e D são pontos médios dos lados do quadrado e os segmentos AP e QC medem 1/4 da medida do lado do quadrado. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa R$ 30,00 o m^2, e outro para a parte mais clara (regiões ABPDA e BCDQB), que custa R$ 50,00 o m^2.

De acordo com esses dados, qual é o custo dos materiais usados na fabricação de um vitral?
a) R$ 22,50
b) R$ 35,00
c) R$ 40,00
d) R$ 42,50
e) R$ 45,00

11. (Enem 2012) Em exposições de artes plásticas, é usual que estátuas sejam expostas sobre plataformas giratórias. Uma medida de segurança é que a base da escultura esteja integralmente apoiada sobre a plataforma. Para que se providencie o equipamento adequado, no caso de uma base quadrada que será fixada sobre uma plataforma circular, o auxiliar técnico do evento deve estimar a medida *R* do raio adequado para a plataforma em termos da medida *L* do lado da base da estatua.

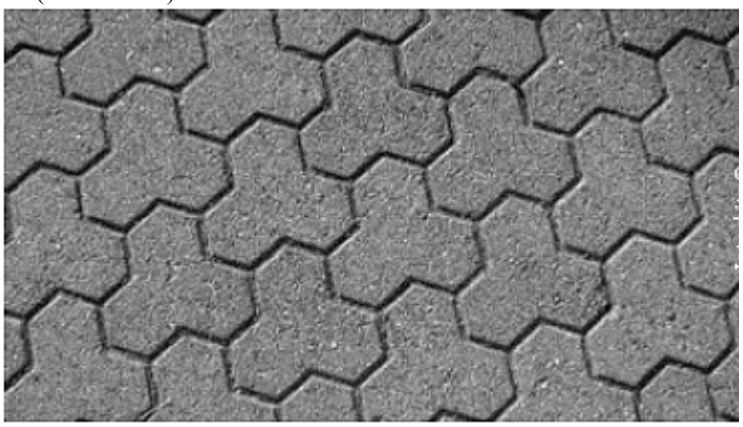
Qual relação entre *R* e *L* o auxiliar técnico deverá apresentar de modo que a exigência de segurança seja cumprida?
a) $R \geq L/\sqrt{2}$
b) $R \geq 2L/\pi$
c) $R \geq L/\sqrt{\pi}$
d) $R \geq L/2$
e) $R \geq L/\left(2\sqrt{2}\right)$

12. (Enem 2011) Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reinvidicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a solicitação e afirma que irá construí-la em formato retangular devido às características técnicas do terreno. Restrições de natureza orçamentária impõem que sejam gastos, no máximo, 180 m de tela para cercar a praça. A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro as medidas dos terrenos disponíveis para a construção da praça:

Terreno 1: 55 m por 45 m
Terreno 2: 55 m por 55 m
Terreno 3: 60 m por 30 m
Terreno 4: 70 m por 20 m
Terreno 5: 95 m por 85 m

Para optar pelo terreno de maior área, que atenda às restrições impostas pela prefeitura, os moradores deverão escolher o terreno
a) 01.
b) 02.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

13. (Enem 2011)

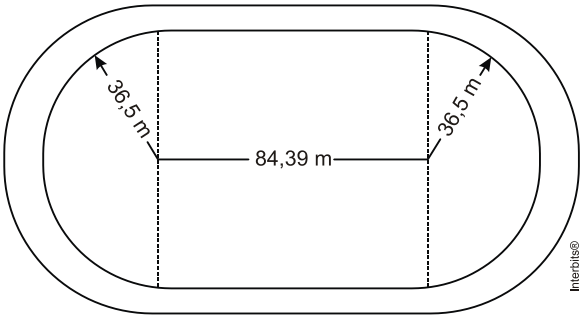


Disponível em: http://www.diaadia.pr.gov.br. Acesso em: 28 abr. 201

O polígono que dá forma a essa calçada é invariante por rotações, em torno de seu centro, de
a) 45°.
b) 60°.
c) 90°.
d) 120°.
e) 180°.

14. (Enem 2011) O atletismo é um dos esportes que mais se identificam com o espírito olímpico. A figura ilustra uma

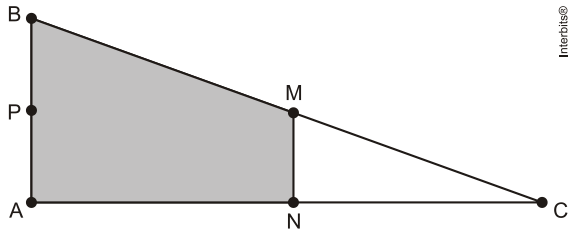
pista de atletismo. A pista é composta por oito raias e tem largura de 9,76 m. As raias são numeradas do centro da pista para a extremidade e são construídas de segmentos de retas paralelas e arcos de circunferência. Os dois semicírculos da pista são iguais.



BIEMBENGUT, M. S. *Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus*. 1990. Dissertação de Mestrado. IGCE/UNESP, Rio Claro, 1990 (adaptado).

Se os atletas partissem do mesmo ponto, dando uma volta completa, em qual das raias o corredor estaria sendo beneficiado?
a) 1
b) 4
c) 5
d) 7
e) 8

15. (Enem 2010) Em canteiros de obras de construção civil é comum perceber trabalhadores realizando medidas de comprimento e de ângulos e fazendo demarcações por onde a obra deve começar ou se erguer. Em um desses canteiros foram feitas algumas marcas no chão plano. Foi possível perceber que, das seis estacas colocadas, três eram vértices de um triângulo retângulo e as outras três eram os pontos médios dos lados desse triângulo, conforme pode ser visto na figura, em que as estacas foram indicadas por letras.

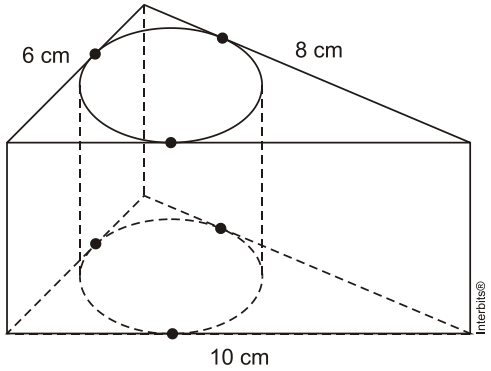


A região demarcada pelas estacas A, B, M e N deveria ser calçada com concreto.
Nessas condições, a área a ser calcada corresponde
a) a mesma área do triângulo AMC.
b) a mesma área do triângulo BNC.
c) a metade da área formada pelo triângulo ABC.
d) ao dobro da área do triângulo MNC.
e) ao triplo da área do triângulo MNC.

16. (Enem 2010) A loja Telas & Molduras cobra 20 reais por metro quadrado de tela, 15 reais por metro linear de moldura, mais uma taxa fixa de entrega de 10 reais. Uma artista plástica precisa encomendar telas e molduras a essa loja, suficientes para 8 quadros retangulares (25 cm x 50 cm). Em seguida, fez uma segunda encomenda, mas agora para 8 quadros retangulares (50 cm x 100 cm).

O valor da segunda encomenda será
a) o dobro do valor da primeira encomenda, porque a altura e a largura dos quadros dobraram.
b) maior do que o valor da primeira encomenda, mas não o dobro.
c) a metade do valor da primeira encomenda, porque a altura e a largura dos quadros dobraram.
d) menor do que o valor da primeira encomenda, mas não a metade.
e) igual ao valor da primeira encomenda, porque o custo de entrega será o mesmo.

17. (Enem 2010) Uma metalúrgica recebeu uma encomenda para fabricar, em grande quantidade, uma peça com o formato de um prisma reto com base triangular, cujas dimensões da base são 6 cm, 8 cm e 10 cm e cuja altura é 10 cm. Tal peça deve ser vazada de tal maneira que a perfuração na forma de um cilindro circular reto seja tangente as suas faces laterais, conforme mostra a figura.



O raio da perfuração da peça é igual a
a) 1 cm.
b) 2 cm.
c) 3 cm.
d) 4 cm.
e) 5 cm.

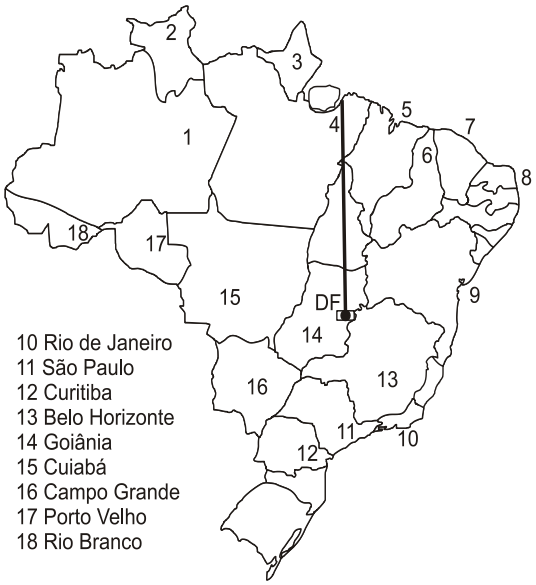
18. (Enem 2010) A ideia de usar rolos circulares para deslocar objetos pesados provavelmente surgiu com os antigos egípcios ao construírem as pirâmides.

Representando por R o raio da base dos rolos cilíndricos, em metros, a expressão do deslocamento horizontal y do bloco de pedra em função de R, após o rolo ter dado uma volta completa sem deslizar, é
a) y = R.
b) y = 2R.
c) y = ðR.
d) y = 2ðR.

e) y = 4ðR.

19. (Enem 2009) Rotas aéreas são como pontes que ligam cidades, estados ou países. O mapa a seguir mostra os estados brasileiros e a localização de algumas capitais identificadas pelos números. Considere que a direção seguida por um avião AI que partiu de Brasília – DF, sem escalas, para Belém, no Pará, seja um segmento de reta com extremidades em DF e em 4.

Mapa do Brasil e algumas Capitais

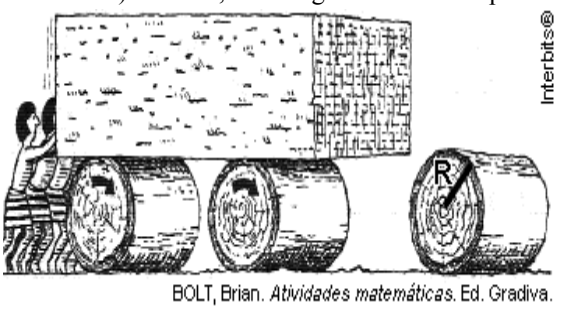


1 Manaus	10 Rio de Janeiro
2 Boa Vista	11 São Paulo
3 Macapá	12 Curitiba
4 Belém	13 Belo Horizonte
5 São Luís	14 Goiânia
6 Teresina	15 Cuiabá
7 Fortaleza	16 Campo Grande
8 Natal	17 Porto Velho
9 Salvador	18 Rio Branco

SIQUEIRA, S. *Brasil Regiões*. Disponível em: www.santiagosiqueira.pro.br. Acesso em: 28 jul. 2009 (adaptado).

Suponha que um passageiro de nome Carlos pegou um avião AII, que seguiu a direção que forma um ângulo de 135° graus no sentido horário com a rota Brasília – Belém e pousou em alguma das capitais brasileiras. Ao desembarcar, Carlos fez uma conexão e embarcou em um avião AIII, que seguiu a direção que forma um ângulo reto, no sentido anti-horário, com a direção seguida pelo avião AII ao partir de Brasília-DF. Considerando que a direção seguida por um avião é sempre dada pela semirreta com origem na cidade de partida e que passa pela cidade destino do avião, pela descrição dada, o passageiro Carlos fez uma conexão em

a) Belo Horizonte, e em seguida embarcou para Curitiba.
b) Belo Horizonte, e em seguida embarcou para Salvador.
c) Boa Vista, e em seguida embarcou para Porto Velho.
d) Goiânia, e em seguida embarcou para o Rio de Janeiro.
e) Goiânia, e em seguida embarcou para Manaus.



BOLT, Brian. *Atividades matemáticas*. Ed. Gradiva.

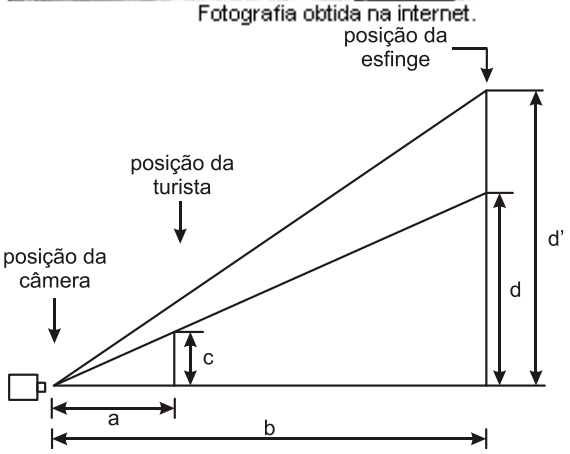
20. (Enem 2009) A rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 metros. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro.

A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é

a) 1,16 metros.
b) 3,0 metros.
c) 5,4 metros.
d) 5,6 metros.
e) 7,04 metros.

21. (Enem cancelado 2009) A fotografia mostra uma turista aparentemente beijando a esfinge de Gizé, no Egito. A figura a seguir mostra como, na verdade, foram posicionadas a câmera fotográfica, a turista e a esfinge.

Fotografia obtida na internet.



Medindo-se com uma régua diretamente na fotografia, verifica-se que a medida do queixo até o alto da cabeça da turista é igual a $\frac{2}{3}$ da medida do queixo da esfinge até o alto da sua cabeça. Considere que essas medidas na realidade são representadas por d e d', respectivamente, que a distância da esfinge à lente da câmera fotográfica, localizada no plano horizontal do queixo da turista e da esfinge, é representada por b, e que a distância da turista à mesma lente, por a.
A razão entre b e a será dada por

a) $\frac{b}{a} = \frac{d'}{c}$

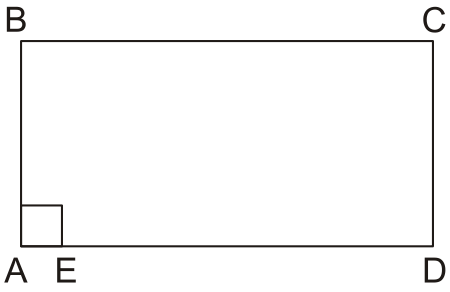
b) $\frac{b}{a} = \frac{2d}{3c}$

c) $\frac{b}{a} = \frac{3d'}{2c}$

d) $\frac{b}{a} = \frac{2d'}{3c}$

e) $\frac{b}{a} = \frac{2d'}{c}$

22. (Enem 2009) O governo cedeu terrenos para que famílias construíssem suas residências com a condição de que no mínimo 94% da área do terreno fosse mantida como área de preservação ambiental. Ao receber o terreno retangular ABCD, em que AB = $\frac{BC}{2}$, Antônio demarcou uma área quadrada no vértice A, para a construção de sua residência, de acordo com o desenho, no qual AE = $\frac{AB}{5}$ é lado do quadrado.

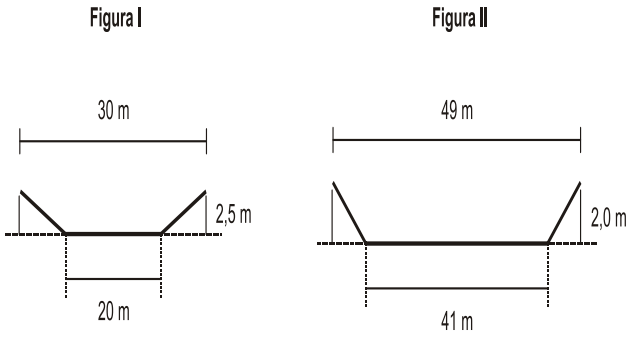


Nesse caso, a área definida por Antônio atingiria exatamente o limite determinado pela condição se ele

a) duplicasse a medida do lado do quadrado.
b) triplicasse a medida do lado do quadrado.
c) triplicasse a área do quadrado.
d) ampliasse a medida do lado do quadrado em 4%.
e) ampliasse a área do quadrado em 4%.

23. (Enem 2009) A vazão do rio Tietê, em São Paulo, constitui preocupação constante nos períodos chuvosos. Em alguns trechos, são construídas canaletas para controlar o fluxo de água. Uma dessas canaletas, cujo corte vertical determina a forma de um trapézio isósceles, tem as medidas especificadas na figura I. Neste caso, a vazão da água é de 1.050 m^3/s. O cálculo da vazão, Q em m^3/s, envolve o produto da área A do setor transversal (por onde passa a água), em m^2, pela velocidade da água no local, v, em m/s, ou seja, Q = Av.

Planeja-se uma reforma na canaleta, com as dimensões especificadas na figura II, para evitar a ocorrência de enchentes.



Disponível em: www2.uel.br.

Na suposição de que a velocidade da água não se alterará, qual a vazão esperada para depois da reforma na canaleta?

a) 90 m^3/s.
b) 750 m^3/s.
c) 1.050 m^3/s.
d) 1.512 m^3/s.
e) 2.009 m^3/s.

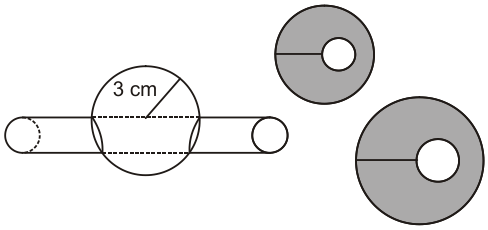
24. (Enem cancelado 2009) Uma fotografia tirada em uma câmera digital é formada por um grande número de pontos, denominados pixels. Comercialmente, a resolução de uma câmera digital é especificada indicando os milhões de pixels, ou seja, os megapixels de que são constituídas as suas fotos.

Ao se imprimir uma foto digital em papel fotográfico, esses pontos devem ser pequenos para que não sejam distinguíveis a olho nu. A resolução de uma impressora é indicada pelo termo dpi (*dot per inch*), que é a quantidade de pontos que serão impressos em uma linha com uma polegada de comprimento. Uma foto impressa com 300 dpi, que corresponde a cerca de 120 pontos por centímetro, terá boa qualidade visual, já que os pontos serão tão pequenos, que o olho não será capaz de vê-los separados e passará a ver um padrão contínuo.

Para se imprimir uma foto retangular de 15 cm por 20 cm, com resolução de pelo menos 300 dpi, qual é o valor aproximado de megapixels que a foto terá?

a) 1,00 megapixel.
b) 2,52 megapixels.
c) 2,70 megapixels.
d) 3,15 megapixels.
e) 4,32 megapixels.

25. (Enem cancelado 2009) Um chefe de cozinha utiliza um instrumento cilíndrico afiado para retirar parte do miolo de uma laranja. Em seguida, ele fatia toda a laranja em secções perpendiculares ao corte feito pelo cilindro. Considere que o raio do cilindro e da laranja sejam iguais a 1 cm e a 3 cm, respectivamente.



A área da maior fatia possível é
a) duas vezes a área da secção transversal do cilindro.
b) três vezes a área da secção transversal do cilindro.
c) quatro vezes a área da secção transversal do cilindro.
d) seis vezes a área da secção transversal do cilindro.
e) oito vezes a área da secção transversal do cilindro.

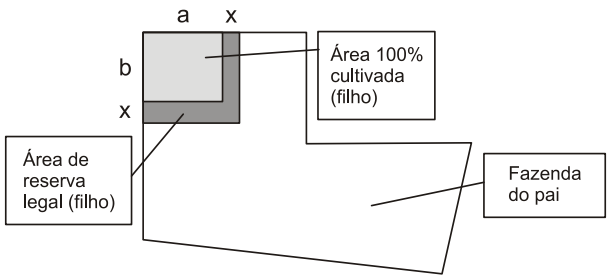
26. (Enem 2009) O quadro apresenta informações da área aproximada de cada bioma brasileiro.

biomas continentais brasileiros	área aproximada (Km^2)	Área / total Brasil
Amazônia	4.196.943	49,29%
Cerrado	2.036.448	23,92%
Mata atlântica	1.110.182	13,04%
Caantiga	844.453	9,92%
Pampa	176.496	2,07%
Pantanal	150.355	1,76%
Área Total Brasil	8.514.877	

Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 10 jul. 2009 (adaptado).

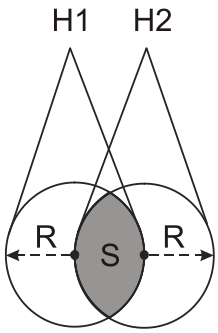
É comum em conversas informais, ou mesmo em noticiários, o uso de múltiplos da área de um campo de futebol (com as medidas de 120 m x 90 m) para auxiliar a visualização de áreas consideradas extensas. Nesse caso, qual é o número de campos de futebol correspondente à área aproximada do bioma Pantanal?
a) 1.400
b) 14.000
c) 140.000
d) 1.400.000
e) 14.000.000

27. (Enem cancelado 2009) Um fazendeiro doa, como incentivo, uma área retangular de sua fazenda para seu filho, que está indicada na figura como 100% cultivada. De acordo com as leis, deve-se ter uma reserva legal de 20% de sua área total. Assim, o pai resolve doar mais uma parte para compor a reserva para o filho, conforme a figura.



De acordo com a figura anterior, o novo terreno do filho cumpre a lei, após acrescentar uma faixa de largura x metros contornando o terreno cultivado, que se destinará à reserva legal (filho). O dobro da largura x da faixa é
a) $10\%(a + b)^2$
b) $10\%(a \cdot b)^2$
c) $\sqrt{a+b} - (a + b)$
d) $\sqrt{(a+b)^2 + ab} - (a+b)$
e) $\sqrt{(a+b)^2 + ab} + (a+b)$

28. (Enem cancelado 2009) Dois holofotes iguais, situados em H_1 e H_2, respectivamente, iluminam regiões circulares, ambas de raio R. Essas regiões se sobrepõem e determinam uma região S de maior intensidade luminosa, conforme figura.



Área do setor circular: $A_{SC} = \frac{\alpha R^2}{2}$, á em radianos.
A área da região S, em unidades de área, é igual a
a) $\frac{2\pi R^2}{3} - \frac{\sqrt{3}R^2}{2}$
b) $\frac{\left(2\pi - 3\sqrt{3}\right)R^2}{12}$
c) $\frac{\pi R^2}{12} - \frac{R^2}{8}$
d) $\frac{\pi R^2}{2}$
e) $\frac{\pi R^2}{3}$

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[E]

Como o simétrico de um ponto P do plano, em relação ao ponto O, é o ponto P' tal que $\overline{PO} = \overline{P'O}$ e P' pertence à reta $\overleftrightarrow{PO}$, segue-se que a alternativa correta é a alternativa [E].

Resposta da questão 2:
[C]

É fácil ver que os triângulos AEC e BED são semelhantes. Logo,

$$\begin{aligned}\frac{\overline{AF}}{\overline{BF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} &\Leftrightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{BF}} = \frac{4}{6}\\ &\Leftrightarrow \frac{\overline{AF}+\overline{BF}}{\overline{AF}} = \frac{2+3}{2}\\ &\Leftrightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{AF}+\overline{BF}} = \frac{2}{5}.\end{aligned}$$

Além disso, como os triângulos AEF e ABD também são semelhantes, vem

$$\begin{aligned}\frac{\overline{AF}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{BD}} &\Leftrightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{AF}+\overline{BF}} = \frac{\overline{EF}}{6}\\ &\Leftrightarrow \frac{\overline{EF}}{6} = \frac{2}{5}\\ &\Leftrightarrow \overline{EF} = 2{,}4\ \text{m}.\end{aligned}$$

Resposta da questão 3:
[A]

Seja S' a área coberta pelas placas de uma caixa nova.
Como $S = N \cdot y^2$, $S' = X \cdot 9y^2$ e $S' = S$, temos

$$X \cdot 9y^2 = N \cdot y^2 \Leftrightarrow X = \frac{N}{9}.$$

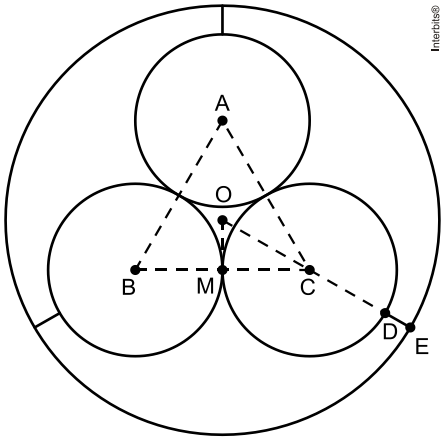
Resposta da questão 4:
[C]

Sendo de 20% a redução nas medidas dos lados, tem-se que a redução na área é dada por

$$1 - 0{,}8^2 = 1 - 0{,}64 = 0{,}36 = 36\%.$$

Resposta da questão 5:
[C]

Considere a figura, em que O é o centro do triângulo equilátero ABC de lado $60\,\text{cm}$, M é o ponto médio do lado BC e D é a interseção da reta $\overleftrightarrow{OC}$ com o círculo de raio $30\,\text{cm}$ e centro em C.



Desse modo, como OC é o raio do círculo circunscrito ao triângulo ABC, segue-se que

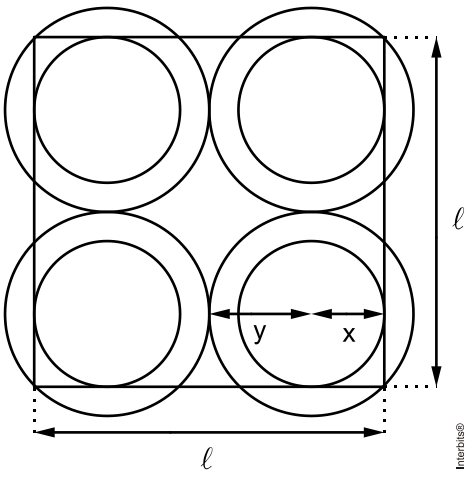
$$\overline{OC} = \frac{60\sqrt{3}}{3} \cong 34\,\text{cm}.$$

Portanto,

$$\begin{aligned}R &= \overline{OC} + \overline{CD} + \overline{DE}\\ &= 34 + 30 + 10\\ &= 74\,\text{cm}.\end{aligned}$$

Resposta da questão 6:
[D]

Considere a figura, em que $\overline{BD} = x$ e $\overline{AC} = y$.



Para que a bandeja tenha capacidade de portar exatamente quatro copos de uma só vez, deve-se ter

$$\ell = 2\cdot(x+y) = 2\cdot\left(x+\frac{7}{5}x\right) = \frac{24}{5}x.$$

Portanto, o resultado pedido é dado por

$$\frac{\ell}{\overline{BD}} = \frac{\frac{24}{5}x}{x} = \frac{24}{5}.$$

Resposta da questão 7:
[B]

3'= (3/60)° = 0,05°

124° 3' 0" = 124,05°

Resposta da questão 8:
[C]

Calculando as áreas dos ambientes, obtemos

$$S_I = 8\cdot 5 = 40\ m^2,$$

$$S_{II} = (14-8)\cdot 5 = 30\ m^2,$$

$$S_{III} = (14-8)\cdot(9-5) = 24\ m^2$$

e

$$S_{IV} = \frac{(14-8)+4}{2}\cdot 7 = 35\ m^2.$$

Desse modo, como Jorge quer gastar o mínimo com gás, ele deverá instalar duas unidades do tipo A (ambientes II e III) e duas unidades do tipo B (ambientes I e IV).

Resposta da questão 9:
[E]

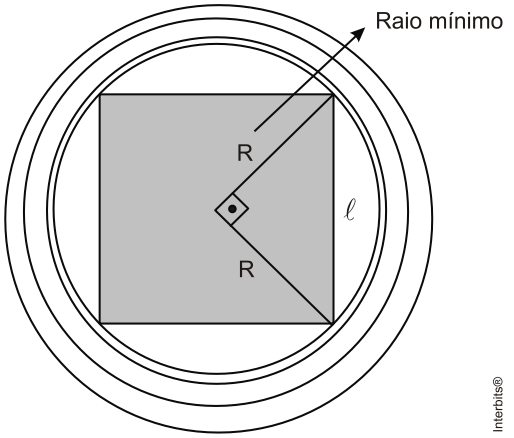
Como o retângulo de dimensões $x\times y$ está contido nos retângulos de dimensões $5\times y$ e $3\times x$, segue que a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por $3x+5y-xy$.

Resposta da questão 10:
[B]

O custo pedido é dado por

$$\left(1^2 - 4\cdot\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}}{2}\right)\cdot 30 + 4\cdot\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}}{2}\cdot 50 = \frac{3}{4}\cdot 30 + \frac{1}{4}\cdot 50$$
$$= R\$\ 35{,}00.$$

Resposta da questão 11:
[A]



Considerando R o raio da menor plataforma para se apoiar uma estátua e L o lado da base da estátua, podemos escrever:

$R^2 + R^2 = L^2$

$$R^2 = \frac{L^2}{2}$$

$$R = \frac{L}{\sqrt{2}}$$

Portanto:

$$R \geq \frac{L}{\sqrt{2}}.$$

Resposta da questão 12:
[C]

Apenas os terrenos 3 e 4 possuem 180 m de comprimento. Calculando a área de cada um deles, temos:

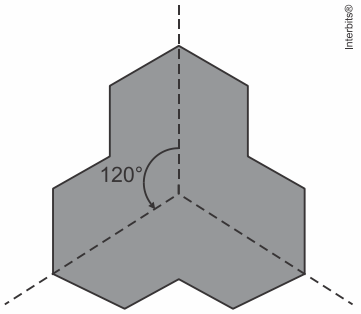
$$A_3 = 60\cdot 30 = 1800\ m^2$$

$$A_4 = 70\cdot 20 = 1400\ m^2$$

Logo, o terreno com maior área que possui 180 m de perímetro é o terrenos de nº 3.

Resposta da questão 13:
[D]

360 : 3 = 120°



Resposta da questão 14:
[A]

Na raia 1, o atleta percorreria a menor distância, pois seu comprimento é menor. Os raios das semicircunferências são menores.

Resposta da questão 15:
[E]

$$\frac{S_{MNC}}{S_{ABC}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow S_{ABC} = 4.S_{MNC}$$

$S_{ABMN} = S_{ABC} - S_{MNC} =$

$S_{ABMN} = 4.S_{MNC} - S_{MNC}$

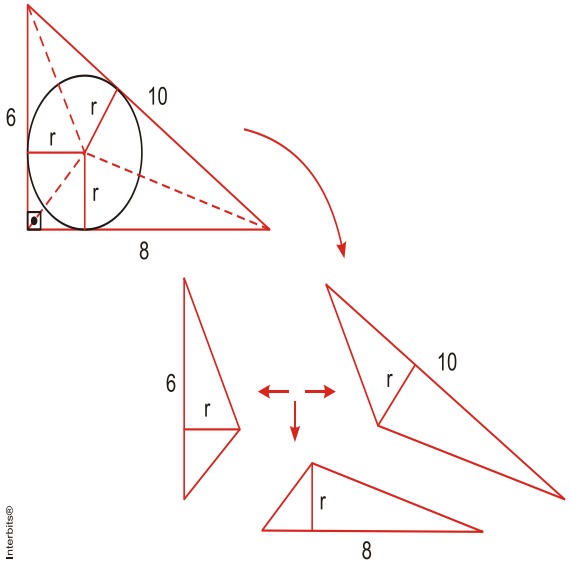
$S_{ABMN} = 3.\ S_{CMN}$ (TRIPLO)

Resposta da questão 16:
[B]

Valor da primeira encomenda = 8.0,25.0,50.20 + 8.2(0,25 + 0,50).15 + 10 = 20 + 180 + 10 = 210,00
Valor da segunda encomenda = 8.0,50.1.20 + 8.2(1 + 0,5). 15 + 10 = 80 + 360 + 10 = 450,0

Logo, o valor da segunda encomenda será maior que o valor da primeira encomenda, mas não o dobro.

Resposta da questão 17:
[B]



Seja r o raio da base do cilindro
O triângulo é retângulo, pois $6^2 + 8^2 = 10^2$

Logo, sua área será A = $\frac{6.8}{2} = 24$

Portanto: $\frac{6.r}{2} + \frac{8.r}{2} + \frac{10.r}{2} = 24$

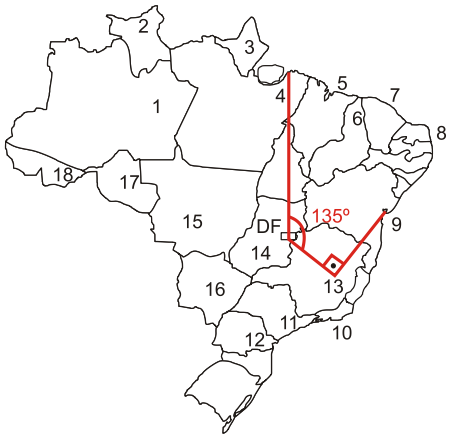
12r = 24
r = 2

Resposta da questão 18:
[E]

Deslocamento do rolo em relação ao solo: $2\pi.R$.
Deslocamento do bloco em relação ao rolo: $2\pi.R$.
Deslocamento do bloco em relação ao solo: $4\pi.R$.

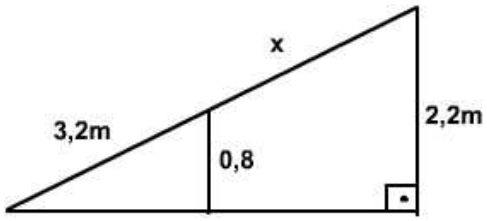
Resposta da questão 19:
[B]

De acordo com o desenho a seguir, Belo Horizonte e Salvador.

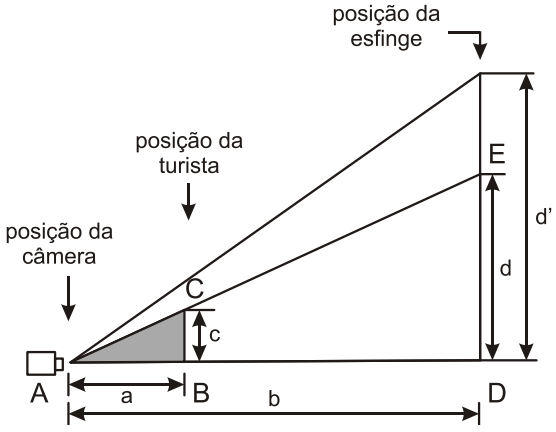


Resposta da questão 20:
[D]

$$\frac{3,2}{3,2+x} = \frac{0,8}{2,2} \Leftrightarrow 0,8(3,2+x) = 2,2.3,2 \Leftrightarrow x = 5,6m$$



Resposta da questão 21:
[D]



Na figura o $\Delta BC \sim \Delta ADE$ logo

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} \text{ como } d = \frac{2}{3}.d'$$

Temos $\frac{b}{a} = \frac{2d'}{2c}$

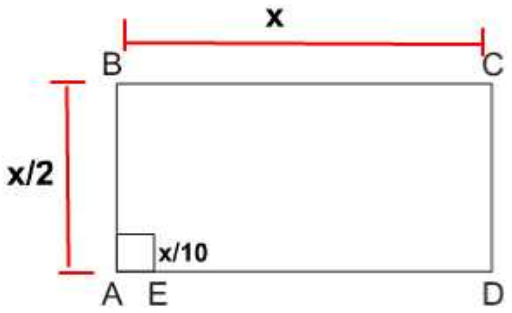
Resposta da questão 22:
[C]

$$AB = \frac{x}{2} \text{ e } AE = \frac{\frac{x}{2}}{5} = \frac{x}{10}$$

Área da residência = $\left(\frac{x}{10}\right)^2 = \frac{x^2}{100}$

Área máxima permitida = $\frac{6}{100} \cdot \frac{x}{2} \cdot x = \frac{3x^2}{100}$ logo

A(máxima) = 3.A(construída)



Resposta da questão 23:
[D]

Área da figura I = $\frac{(30+20)2,5}{2} = 62,5m^2$ e seja v a velocidade da água.

1050 = v.62,5 $\Leftrightarrow$ v = 16,8 m/s

Área da figura II = $\frac{(49+41)2}{2} = 90m^2$

Nova vazão = 90.16,8 = 1512m^3/ s

Resposta da questão 24:
[E]

12.120 = 1800 pontos
20.120 = 2400 pontos

No retângulo todo 1800.2400 = 4320000 = $4,32.10^6$ pixels ou seja 4,32 megapixels

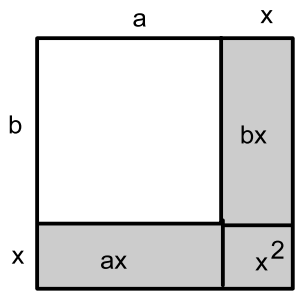
Resposta da questão 25:
[E]

Área da secção transversal do cilindro: $A_1 = \pi.1^2 = \pi$ cm^2
Área da maior fatia: $A_2 = \pi.3^2 - \pi.1^2 = 8\pi$ cm^2
Logo a área da maior fatia será 8 vezes a área da secção transversal do cilindro.

Resposta da questão 26:
[E]

Área de um campo de futebol (km^2) 0,12km . 0,09 km = 0,0108km^2 número de campos de futebol para a área do Pantanal = 150.355 dividido por 0,0108 = 13.921759 aproximadamente 14 000 000 km^2

Resposta da questão 27:
[D]



$0{,}2\,(a + x)\,.\,(b + x) = ax + bx + x^2$

Desenvolvendo, temos a equação:

$0{,}8x^2 + 0{,}8\,(a + b)x - 0{,}2ab = 0$ (multiplicando por 5)
$4x^2 + 4\,(a+b)x - ab = 0$

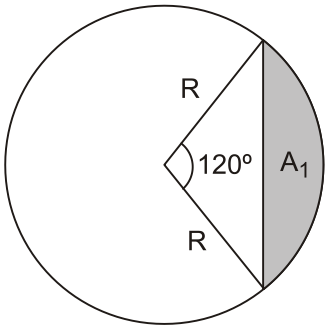
$$\Delta = 16((a+b)^2 + ab)$$

$$x = \frac{-4(a+b) \pm 4\sqrt{(a+b)^2 + ab}}{8}$$

$$x = \frac{-(a+b) + \sqrt{(a+b)^2 + ab}}{2}$$

$$\log o \;\; 2x = -(a+b) + \sqrt{(a+b)^2 + ab}$$

Resposta da questão 28:
[A]



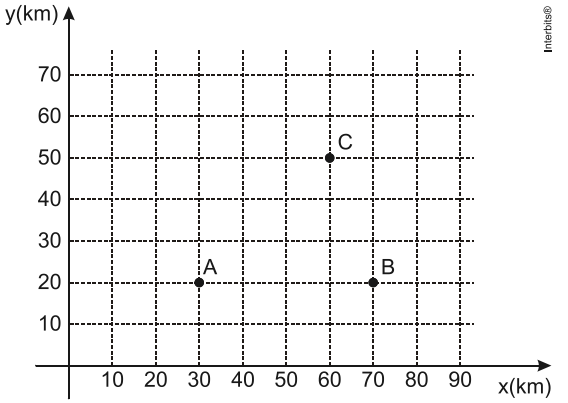
$$A_1 = \frac{\pi.R^2.120}{360} - \frac{1}{2}R.R.sen120^o$$

$$S = 2.A_1 = 2.\left(\frac{\pi.R^2}{3} - \frac{1}{2}R^2.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$S = \frac{2\pi R^2}{3} - \frac{\sqrt{3}R^2}{2}$$

Geometria Analitica

1. (Enem 2013) Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano:



A torre deve estar situada em um local equidistante das três antenas.

O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto de coordenadas
a) (65 ; 35).
b) (53 ; 30).
c) (45 ; 35).
d) (50 ; 20).
e) (50 ; 30).

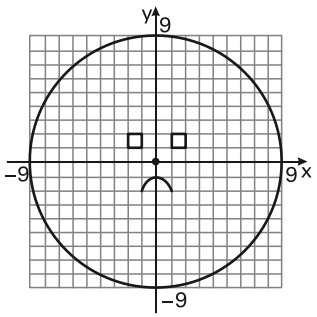
2. (Enem 2013) Durante uma aula de Matemática, o professor sugere aos alunos que seja fixado um sistema de coordenadas cartesianas (x, y) e representa na lousa a descrição de cinco conjuntos algébricos, I, II, III, IV e V, como se segue:

I. é a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$;
II. é a parábola de equação $y = -x^2 - 1$, com x variando de –1 a 1;
III. é o quadrado formado pelos vértices (–2, 1), (–1, 1), (–1, 2) e (–2, 2);
IV. é o quadrado formado pelos vértices (1, 1), (2, 1), (2, 2) e (1, 2);
V. é o ponto (0, 0).

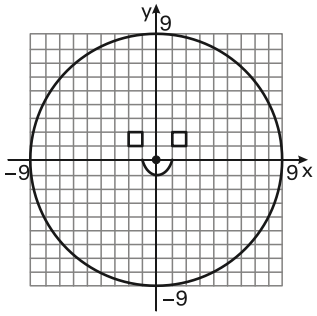
A seguir, o professor representa corretamente os cinco conjuntos sobre uma mesma malha quadriculada, composta de quadrados com lados medindo uma unidade de comprimento, cada, obtendo uma figura.

Qual destas figuras foi desenhada pelo professor?

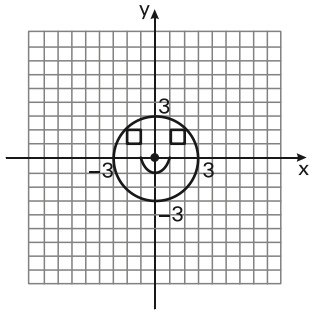
a)



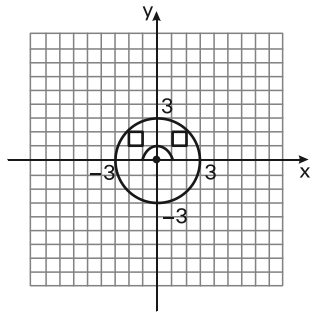
b)



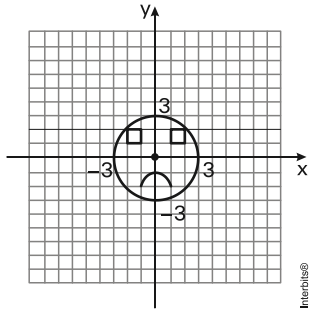
c)



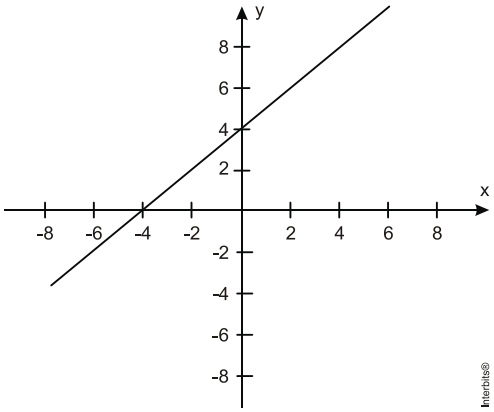
d)



e)



3. (Enem 2011) Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



A reta de equação $y = x + 4$ representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto $P = (-5,5)$, localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.
Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seja automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto

a) $(-5,0)$.

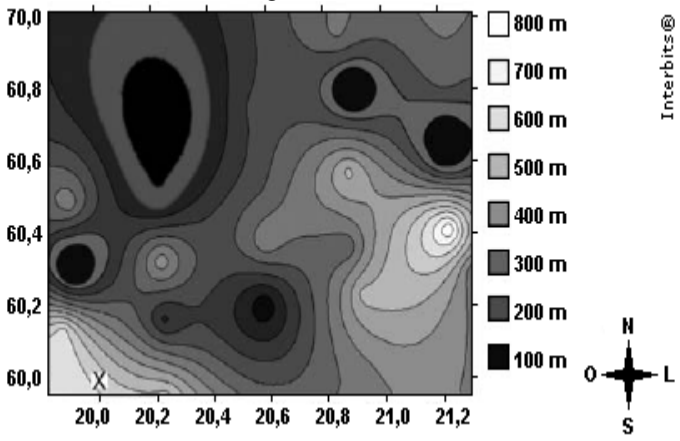
b) $(-3,1)$.

c) $(-2,1)$.

d) $(0,4)$.

e) $(2,6)$.

4. (Enem 2010) A figura a seguir é a representação de uma região por meio de curvas de nível, que são curvas fechadas representando a altitude da região, com relação ao nível do mar. As coordenadas estão expressas em graus de acordo com a longitude, no eixo horizontal, e a latitude, no eixo vertical. A escala em tons de cinza desenhada à direita está associada à altitude da região.



Um pequeno helicóptero usado para reconhecimento sobrevoa a região a partir do ponto X = (20; 60). O helicóptero segue o percurso:

0,8°L → 0,5°N → 0,2° O → 0,1° S → 0,4° N → 0,3 °L

De acordo com as orientações, o helicóptero pousou em um local cuja altitude é
a) menor ou igual a 200 m.
b) maior que 200 m e menor ou igual a 400 m.
c) maior que 400 m e menor ou igual a 600 m.
d) maior que 600 m e menor ou igual a 800 m.
e) maior que 800 m.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[E]

O ponto procurado é o circuncentro do triângulo ABC.

Os pontos médios dos lados AB e BC são, respectivamente, $M_c = (50, 20)$ e $M_a = (65, 35)$. Além disso, o coeficiente angular da reta $\overline{BC}$ é dado por

$$\begin{aligned} m_{\overline{BC}} &= \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} \\ &= \frac{20 - 50}{70 - 60} \\ &= -3. \end{aligned}$$

A equação da mediatriz do lado BC é tal que

$$y - y_{M_c} = -\frac{1}{m_{\overline{BC}}}(x - x_{M_c}) \Leftrightarrow y - 35 = -\frac{1}{-3}(x - 65)$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{65}{3} + 35.$$

Agora, como AB é paralelo ao eixo das abscissas, segue-se que a equação da mediatriz do lado AB é $x = x_{M_c} = 50$.

Desse modo, a ordenada do circuncentro de ABC é dada por

$$y = \frac{1}{3} \cdot 50 - \frac{65}{3} + 35 = 30$$

e, portanto, o resultado pedido é $(50, 30)$.

Resposta da questão 2:
[E]

A circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$ possui centro no ponto $(0, 0)$ e raio igual a 3.

A parábola de equação $y = -x^2 - 1$, com x variando de -1 a 1, possui concavidade voltada para baixo e vértice no ponto $(0, -1)$.

Portanto, a única alternativa possível é a alternativa [E].

Resposta da questão 3:
[B]

Os únicos pontos das opções das respostas que pertencem à reta são B (-3,1), D (0,4) e E (2,6);
Calculando agora a distância de P a cada um deles, temos:

$$d_{P,B} = \sqrt{(-5 - (-3))^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{20} < 5$$

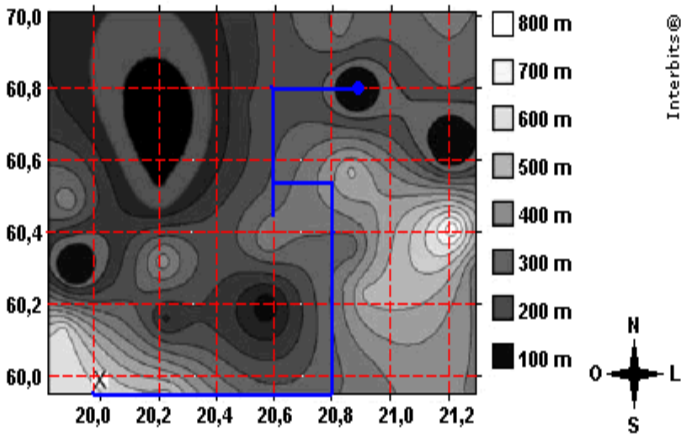
$$d_{P,D} = \sqrt{(-5 - 0))^2 + (5 - 4)^2} = \sqrt{26} > 5$$

$$d_{P,E} = \sqrt{(-5 - 2))^2 + (5 - 6)^2} = \sqrt{50} > 5$$

Logo, o ponto (-3,1) atende às condições do problema.

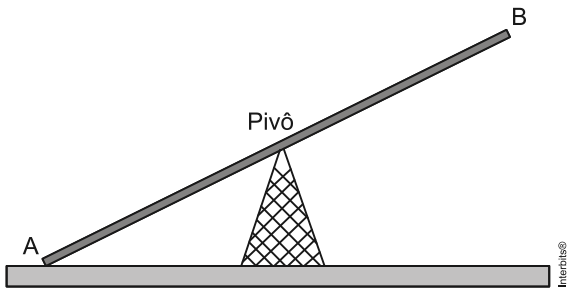
Resposta da questão 4:
[A]

Esboço do trajeto descrito pelo avião



Geometria Espacial

1. (Enem 2013) Gangorra é um brinquedo que consiste de uma tábua longa e estreita equilibrada e fixada no seu ponto central (pivô). Nesse brinquedo, duas pessoas sentam-se nas extremidades e, alternadamente, impulsionam-se para cima, fazendo descer a extremidade oposta, realizando, assim, o movimento da gangorra.
Considere a gangorra representada na figura, em que os pontos A e B são equidistantes do pivô:



A projeção ortogonal da trajetória dos pontos A e B, sobre o plano do chão da gangorra, quando esta se encontra em movimento, é:

a)

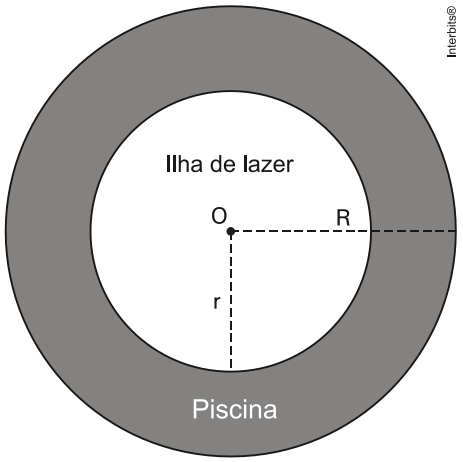
b)

c)

d)

e)

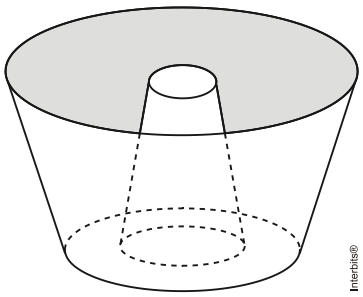
2. (Enem 2013) Num parque aquático existe uma piscina infantil na forma de um cilindro circular reto, de 1 m de profundidade e volume igual a $12m^3$, cuja base tem um raio R e centro O. Deseja-se construir uma ilha de lazer seca no interior dessa piscina, também na forma de um cilindro circular reto, cuja base estará no fundo e com centro da base coincidindo com o centro do fundo da piscina, conforme a figura. O raio da ilha de lazer será r. Deseja-se que após a construção dessa ilha, o espaço destinado à água na piscina tenha um volume de, no mínimo, $4m^3$.



Considere 3 como o valor aproximado para π.

Para satisfazer as condições dadas, o raio máximo da ilha de lazer r, em metros, estará mais próximo de
a) 1,6.
b) 1,7.
c) 2,0.
d) 3,0.
e) 3,8.

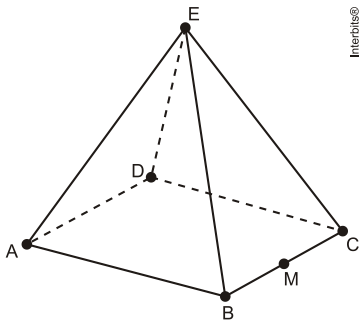
3. (Enem 2013) Uma cozinheira, especialista em fazer bolos, utiliza uma forma no formato representado na figura:



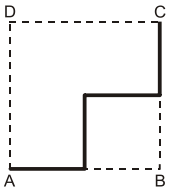
Nela identifica-se a representação de duas figuras geométricas tridimensionais.

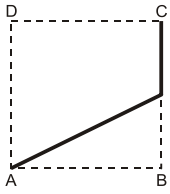
Essas figuras são
a) um tronco de cone e um cilindro.
b) um cone e um cilindro.
c) um tronco de pirâmide e um cilindro.
d) dois troncos de cone.
e) dois cilindros.

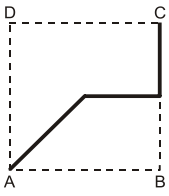
4. (Enem 2012) João propôs um desafio a Bruno, seu colega de classe: ele iria descrever um deslocamento pela pirâmide a seguir e Bruno deveria desenhar a projeção desse deslocamento no plano da base da pirâmide.

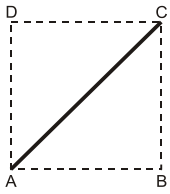


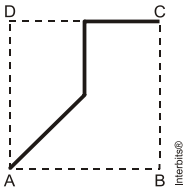
O deslocamento descrito por João foi: mova-se pela pirâmide, sempre em linha reta, do ponto A ao ponto E, a seguir do ponto E ao ponto M, e depois de M a C.
O desenho que Bruno deve fazer é

a)


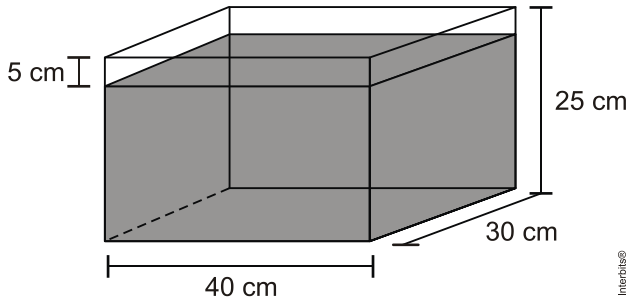
b)


c)


d)


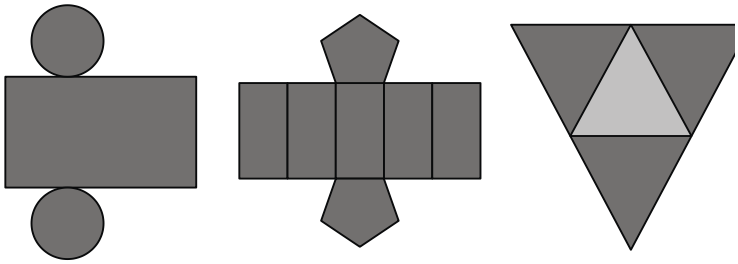
e)


5. (Enem 2012) Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura.



O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse de 2 400 cm^3?
a) O nível subiria 0,2 cm, fazendo a água ficar com 20,2 cm de altura.
b) O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura.
c) O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura.
d) O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar.
e) O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar.

6. (Enem 2012) Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?
a) Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.
b) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
c) Cone, tronco de pirâmide e prisma.
d) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
e) Cilindro, prisma e tronco de cone.

7. (Enem 2012) O globo da morte é uma atração muito usada em circos. Ele consiste em uma espécie de jaula em forma de uma superfície esférica feita de aço, onde motoqueiros andam com suas motos por dentro. A seguir, tem-se, na Figura 1, uma foto de um globo da morte e, na Figura 2, uma esfera que ilustra um globo da morte.

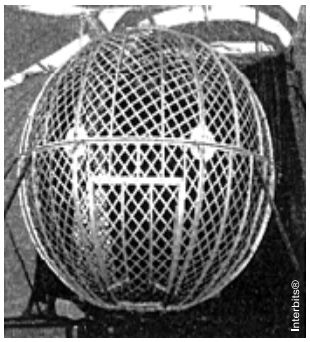


Figura 1

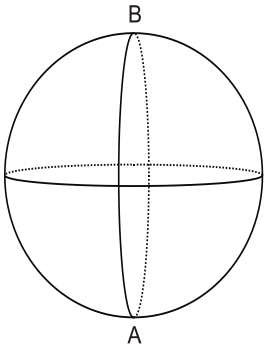


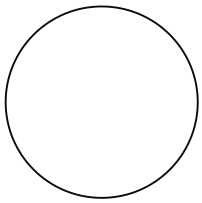
Figura 2

Na Figura 2, o ponto A está no plano do chão onde está colocado o globo da morte e o segmento AB passa pelo centro da esfera e é perpendicular ao plano do chão. Suponha que há um foco de luz direcionado para o chão colocado no ponto B e que um motoqueiro faça um trajeto dentro da esfera, percorrendo uma circunferência que passa pelos pontos A e B.

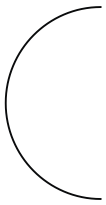
Disponível em: www.baixaki.com.br. Acesso em: 29 fev. 2012.

A imagem do trajeto feito pelo motoqueiro no plano do chão é melhor representada por

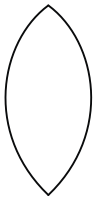
a)



b)

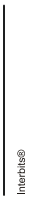


c)



d)

e)



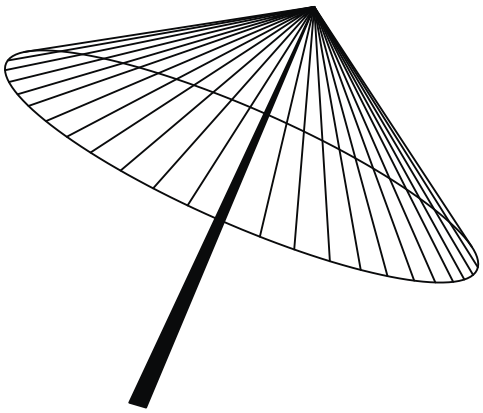
8. (Enem 2011) É possível usar água ou comida para atrair as aves e observá-las. Muitas pessoas costumam usar água com açúcar, por exemplo, para atrair beija-flores. Mas é importante saber que, na hora de fazer a mistura, você deve sempre usar uma parte de açúcar para cinco partes de água. Além disso, em dias quentes, precisa trocar a água de duas a três vezes, pois com o calor ela pode fermentar e, se for ingerida pela ave, pode deixá-la doente. O excesso de açúcar, ao cristalizar, também pode manter o bico da ave fechado, impedindo-a de se alimentar. Isso pode até matá-la.

Ciência Hoje das Crianças. FNDE; Instituto Ciência Hoje, n. 166, mar 1996.

Pretende-se encher completamente um copo com a mistura para atrair beija-flores. O copo tem formato cilíndrico, e suas medidas são 10 cm de altura e 4 cm de diâmetro. A quantidade de água que deve ser utilizada na mistura é cerca de (utilize $\pi = 3$)

a) 20 mL.
b) 24 mL.
c) 100 mL.
d) 120 mL.
e) 600 mL.

9. (Enem 2011) A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.



Disponível em: http://mdmat.psico.ufrgs.br. Acesso em: 1 maio 2010.

Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de

a) pirâmide.
b) semiesfera.
c) cilindro.
d) tronco de cone.
e) cone.

10. (Enem 2ª aplicação 2010) Para confeccionar, em madeira, um cesto de lixo que comporá o ambiente decorativo de uma sala de aula, um marceneiro utilizará, para as faces laterais, retângulos e trapézios isósceles e,

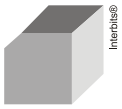
para o fundo, um quadrilátero, com os lados de mesma medida e ângulos retos.
Qual das figuras representa o formato de um cesto que possui as características estabelecidas?

a)

b)

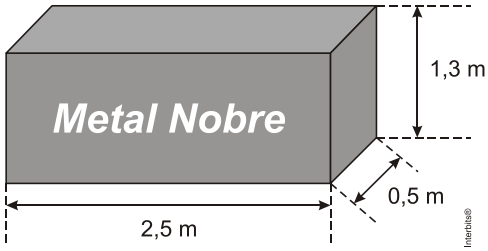
c)

d)

e) 

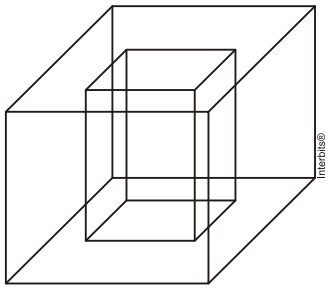
11. (Enem 2010) Uma fábrica produz barras de chocolates no formato de paralelepípedos e de cubos, com o mesmo volume. As arestas da barra de chocolate no formato de paralelepípedo medem 3 cm de largura, 18 cm de comprimento e 4 cm de espessura.
Analisando as características das figuras geométricas descritas, a medida das arestas dos chocolates que têm o formato de cubo é igual a
a) 5 cm.
b) 6 cm.
c) 12 cm.
d) 24 cm.
e) 25 cm.

12. (Enem 2010) A siderúrgica "Metal Nobre" produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralepípedo retangular, de acordo com as dimensões indicadas na figura que segue.



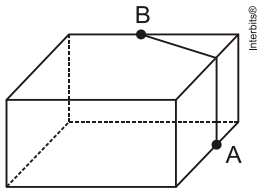
O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida da grandeza
a) massa.
b) volume.
c) superfície.
d) capacidade.
e) comprimento.

13. (Enem 2010) Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro e vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que e interno, mede 8 cm.

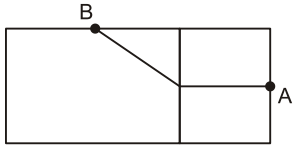


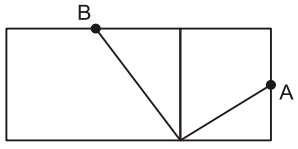
O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto foi de
a) 12 cm^3.
b) 64 cm^3.
c) 96 cm^3.
d) 1 216 cm^3.
e) 1 728 cm^3.

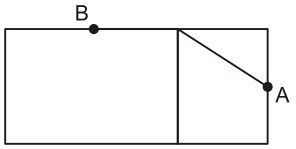
14. (Enem 2ª aplicação 2010) A figura seguinte ilustra um salão de um clube onde estão destacados os pontos A e B.

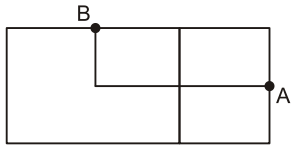


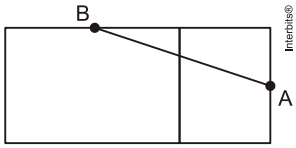
Nesse salão, o ponto em que chega o sinal da TV a cabo fica situado em A. A fim de instalar um telão para a transmissão dos jogos de futebol da Copa do Mundo, esse sinal deverá ser levado até o ponto B por meio de um cabeamento que seguirá na parte interna da parede e do teto.
O menor comprimento que esse cabo deverá ter para ligar os pontos A e B poderá ser obtido por meio da seguinte representação no plano:

a) 

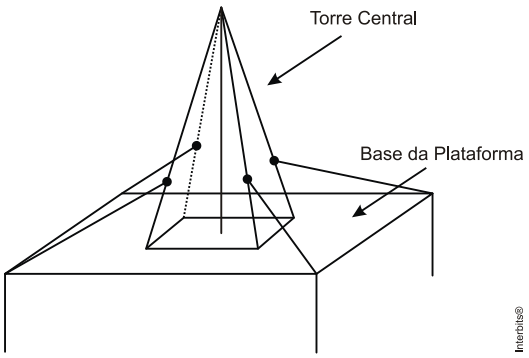
b) 

c)


d)


e)


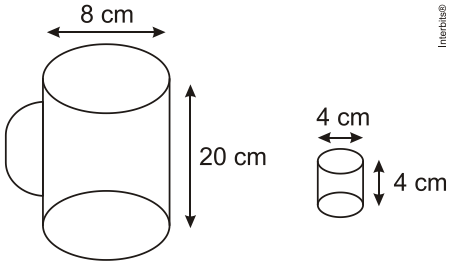
15. (Enem 2ª aplicação 2010) Devido aos fortes ventos, uma empresa exploradora de petróleo resolveu reforçar a segurança de suas plataformas marítimas, colocando cabos de aço para melhor afixar a torre central.
Considere que os cabos ficarão perfeitamente esticados e terão uma extremidade no ponto médio das arestas laterais da torre central (pirâmide quadrangular regular) e a outra no vértice da base da plataforma (que é um quadrado de lados paralelos aos lados da base da torre central e centro coincidente com o centro da base da pirâmide), como sugere a ilustração.



Se a altura e a aresta da base da torre central medem, respectivamente, 24 m e $6\sqrt{2}$ m e o lado da base da plataforma mede $19\sqrt{2}$ m, então a medida, em metros, de cada cabo será igual a

a) $\sqrt{288}$
b) $\sqrt{313}$
c) $\sqrt{328}$
d) $\sqrt{400}$
e) $\sqrt{505}$

16. (Enem 2010) Dona Maria, diarista na casa da família Teixeira, precisa fazer café para servir as vinte pessoas que se encontram numa reunião na sala. Para fazer o café, Dona Maria dispõe de uma leiteira cilíndrica e copinhos plásticos, também cilíndricos.



Com o objetivo de não desperdiçar café, a diarista deseja colocar a quantidade mínima de água na leiteira para encher os vinte copinhos pela metade. Para que isso ocorra, Dona Maria deverá

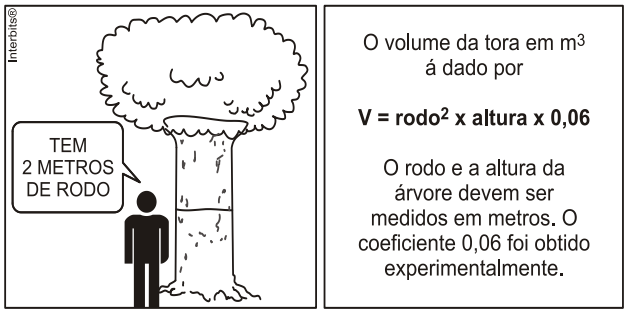
a) encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
b) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
c) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
d) encher duas leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
e) encher cinco leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

17. (Enem 2ª aplicação 2010) Certa marca de suco é vendida no mercado em embalagens tradicionais de forma cilíndrica. Relançando a marca, o fabricante pôs à venda embalagens menores, reduzindo a embalagem tradicional à terça parte de sua capacidade.
Por questões operacionais, a fábrica que fornece as embalagens manteve a mesma forma, porém reduziu à metade o valor do raio da base da embalagem tradicional na construção da nova embalagem. Para atender à solicitação de redução da capacidade, após a redução no raio, foi necessário determinar a altura da nova embalagem.
Que expressão relaciona a medida da altura da nova embalagem de suco (a) com a altura da embalagem tradicional (h)?

a) $a = \frac{h}{12}$
b) $a = \frac{h}{6}$
c) $a = \frac{2h}{3}$
d) $a = \frac{4h}{3}$
e) $a = \frac{4h}{9}$

18. (Enem 2010) No manejo sustentável de florestas, é preciso muitas vezes obter o volume da tora que pode ser obtida a partir de uma árvore. Para isso, existe um método prático, em que se mede a circunferência da árvore à altura

do peito de um homem (1,30 m), conforme indicado na figura. A essa medida denomina-se "rodo" da árvore. O quadro a seguir indica a fórmula para se *cubar*, ou seja, obter o volume da tora em m^3 a partir da medida do rodo e da altura da árvore.

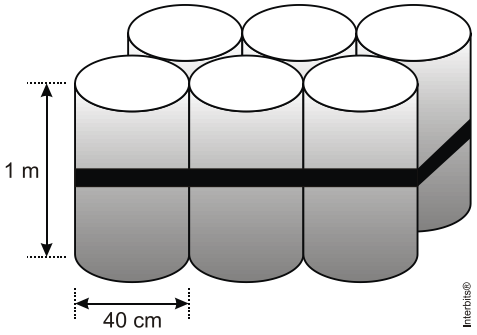


Um técnico em manejo florestal recebeu a missão de cubar, abater e transportar cinco toras de madeira, de duas espécies diferentes, sendo
• 3 toras da espécie I, com 3 m de rodo, 12 m de comprimento e densidade 0,77 toneladas/m^3;
• 2 toras da espécie II, com 4 m de rodo, 10 m de comprimento e densidade 0,78 toneladas/m^3.

Após realizar seus cálculos, o técnico solicitou que enviassem caminhões para transportar uma carga de, aproximadamente,
a) 29,9 toneladas.
b) 31,1 toneladas.
c) 32,4 toneladas.
d) 35,3 toneladas.
e) 41,8 toneladas.

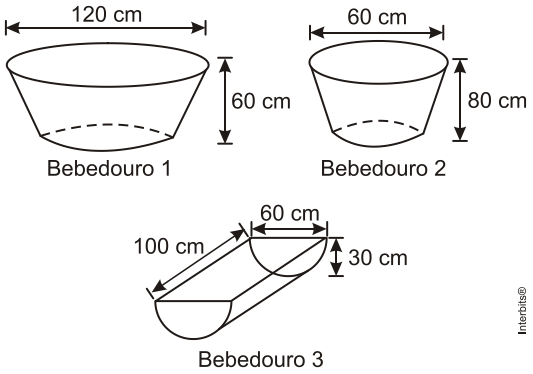
19. (Enem 2ª aplicação 2010) Uma empresa de refrigerantes, que funciona sem interrupções, produz um volume constante de 1 800 000 cm3 de líquido por dia. A máquina de encher garrafas apresentou um defeito durante 24 horas. O inspetor de produção percebeu que o líquido chegou apenas à altura de 12 cm dos 20 cm previstos em cada garrafa. A parte inferior da garrafa em que foi depositado o líquido tem forma cilíndrica com raio da base de 3 cm. Por questões de higiene, o líquido já engarrafado não será reutilizado.
Utilizando $\pi \cong 3$, no período em que a máquina apresentou defeito, aproximadamente quantas garrafas foram utilizadas?
a) 555
b) 5555
c) 1333
d) 13333
e) 133333

20. (Enem 2ª aplicação 2010) O administrador de uma cidade, implantando uma política de reutilização de materiais descartados, aproveitou milhares de tambores cilíndricos dispensados por empresas da região e montou *kits* com seis tambores para o abastecimento de água em casas de famílias de baixa renda, conforme a figura seguinte. Além disso, cada família envolvida com o programa irá pagar somente R$ 2,50 por metro cúbico utilizado.



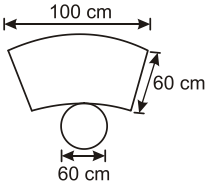
Uma família que utilizar 12 vezes a capacidade total do *kit* em um mês pagará a quantia de
(considere $\pi \cong 3$)
a) R$ 86,40.
b) R$ 21,60.
c) R$ 8,64.
d) R$ 7,20.
e) R$ 1,80.

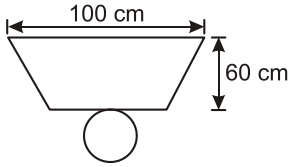
21. (Enem 2010) Alguns testes de preferência por bebedouros de água foram realizados com bovinos, envolvendo três tipos de bebedouros, de formatos e tamanhos diferentes. Os bebedouros 1 e 2 têm a forma de um tronco de cone circular reto, de altura igual a 60 cm, e diâmetro da base superior igual a 120 cm e 60 cm, respectivamente. O bebedouro 3 é um semicilindro, com 30 cm de altura, 100 cm de comprimento e 60 cm de largura. Os três recipientes estão ilustrados na figura.

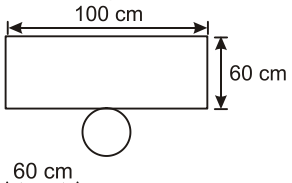


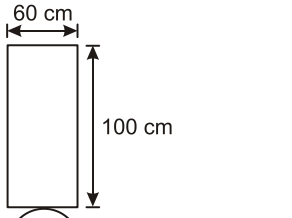
A escolha do bebedouro. In: *Biotemas*. V.22, no. 4, 2009 (adaptado).

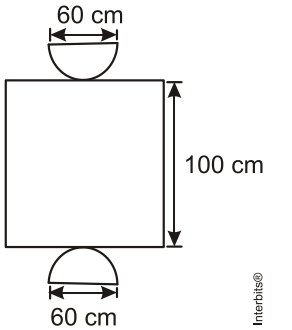
Considerando que nenhum dos recipientes tenha tampa, qual das figuras a seguir representa uma planificação para o bebedouro 3?

a)


b)


c)


d)


e)


22. (Enem 2ª aplicação 2010) Um fabricante de creme de leite comercializa seu produto em embalagens cilíndricas de diâmetro da base medindo 4 cm e altura 13,5 cm. O rótulo de cada uma custa R$ 0,60. Esse fabricante comercializará o referido produto em embalagens ainda cilíndricas de mesma capacidade, mas com a medida do diâmetro da base igual à da altura.

Levando-se em consideração exclusivamente o gasto com o rótulo, o valor que o fabricante deverá pagar por esse rótulo é de

a) R$ 0,20, pois haverá uma redução de $\frac{2}{3}$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

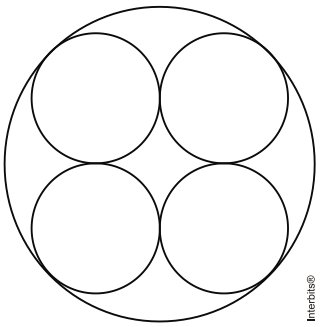
b) R$ 0,40, pois haverá uma redução de $\frac{1}{3}$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

c) R$ 0,60, pois não haverá alteração na capacidade da embalagem.

d) R$ 0,80, pois haverá um aumento de $\frac{1}{3}$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

e) R$ 1,00, pois haverá um aumento de $\frac{2}{3}$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

23. (Enem 2ª aplicação 2010) Uma fábrica de tubos acondiciona tubos cilíndricos menores dentro de outros tubos cilíndricos. A figura mostra uma situação em que quatro tubos cilíndricos estão acondicionados perfeitamente em um tubo com raio maior



Suponha que você seja o operador da máquina que produzirá os tubos maiores em que serão colocados, sem ajustes ou folgas, quatro tubos cilíndricos internos. Se o raio da base de cada um dos cilindros menores for igual a 6 cm, a máquina por você operada deverá ser ajustada para produzir tubos maiores, com raio da base igual a

a) $12\ cm$

b) $12\sqrt{2}cm$

c) $24\sqrt{2}cm$

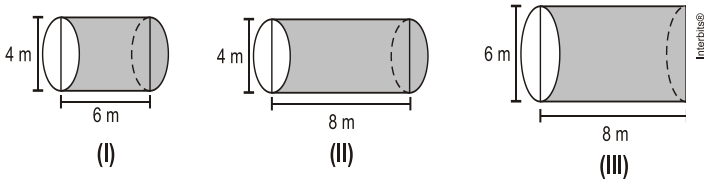
d) $6\left(1+\sqrt{2}\right)cm$

e) $12\left(1+\sqrt{2}\right)cm$

24. (Enem 2010) Para construir uma manilha de esgoto, um cilindro com 2 m de diâmetro e 4 m de altura (de espessura desprezível), foi envolvido homogeneamente por uma camada de concreto, contendo 20 cm de espessura. Supondo que cada metro cúbico de concreto custe R$ 10,00 e tomando 3,1 como valor aproximado de ð, então o preço dessa manilha é igual a

a) R$ 230,40.
b) R$ 124,00.
c) R$ 104,16.
d) R$ 54,56.
e) R$ 49,60.

25. (Enem 2010) Uma empresa vende tanques de combustíveis de formato cilíndrico, em três tamanhos, com medidas indicadas nas figuras. O preço do tanque é diretamente proporcional à medida da área da superfície lateral do tanque. O dono de um posto de combustível deseja encomendar um tanque com menor custo por metro cúbico de capacidade de armazenamento.



Qual dos tanques devera ser escolhido pelo dono do posto? (Considere $\pi \cong 3$)

a) I, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{1}{3}$.

b) I, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{4}{3}$.

c) OI, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{3}{4}$.

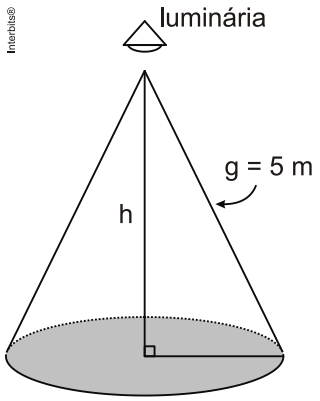
d) III, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{2}{3}$.

e) III, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{7}{12}$.

26. (Enem 2ª aplicação 2010) João tem uma loja onde fabrica e vende moedas de chocolate com diâmetro de 4 cm e preço de R$ 1,50 a unidade. Pedro vai a essa loja e, após comer várias moedas de chocolate, sugere ao João que ele faça moedas com 8 cm de diâmetro e mesma espessura e cobre R$ 3,00 a unidade.
Considerando que o preço da moeda depende apenas da quantidade de chocolate, João

a) aceita a proposta de Pedro, pois, se dobra o diâmetro, o preço também deve dobrar.
b) rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 12,00.
c) rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 7,50.
d) rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 6,00.
e) rejeita a proposta de Pedro, pois o preço correto seria R$ 4,50.

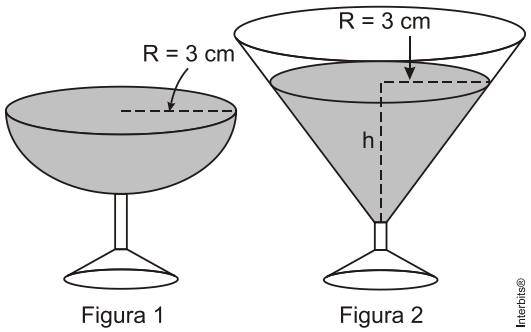
27. (Enem 2ª aplicação 2010) Um arquiteto está fazendo um projeto de iluminação de ambiente e necessita saber a altura que deverá instalar a luminária ilustrada na figura



Sabendo-se que a luminária deverá iluminar uma área circular de $28,26m^2$, considerando $\pi \cong 3,14$, a altura h será igual a

a) 3 m.
b) 4 m.
c) 5 m.
d) 9 m.
e) 16 m.

28. (Enem 2010) Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes.
Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.



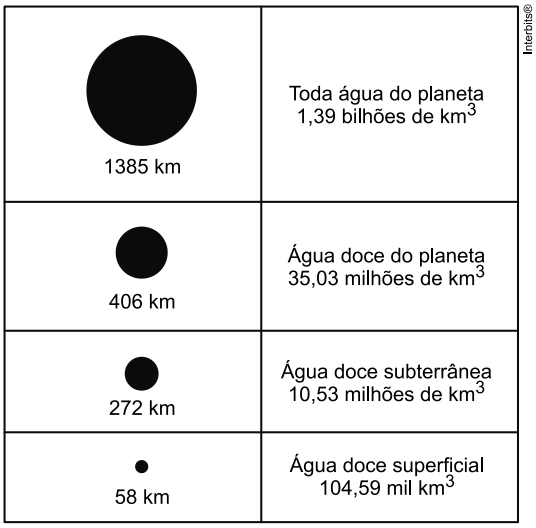
Considere:

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad e \quad V_{cone} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério e servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de

a) 1,33.
b) 6,00.
c) 12,00.
d) 56,52.
e) 113,04.

29. (Enem 2ª aplicação 2010) Se pudéssemos reunir em esferas toda a água do planeta, os diâmetros delas seriam:



Guia do Estudante: Atualidades e Vestibulares+ENEM. Abril: São Paulo, 2009.

A razão entre o volume da esfera que corresponde à água doce superficial e o volume da esfera que corresponde à água doce do planeta é

a) $\frac{1}{343}$

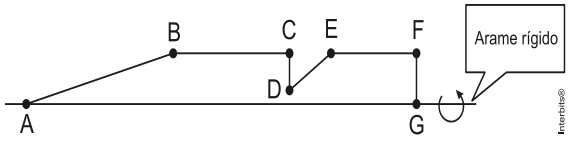
b) $\frac{1}{49}$

c) $\frac{1}{7}$

d) $\frac{29}{136}$

e) $\frac{136}{203}$

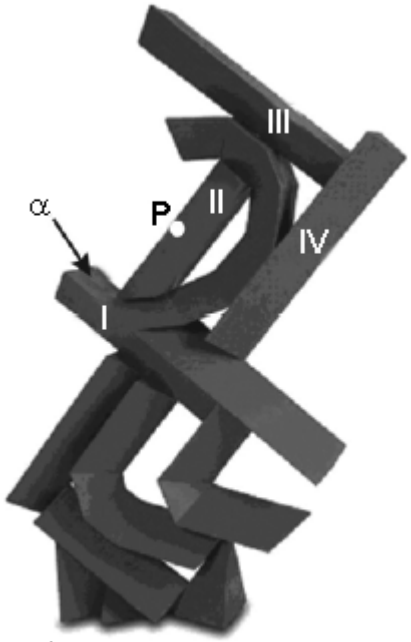
30. (Enem 2ª aplicação 2010) Numa feira de artesanato, uma pessoa constrói formas geométricas de aviões, bicicletas, carros e outros engenhos com arame inextensível. Em certo momento, ele construiu uma forma tendo como eixo de apoio outro arame retilíneo e rígido, cuja aparência é mostrada na



Ao girar tal forma em torno do eixo, formou-se a imagem de um foguete, que pode ser pensado como composição, por justaposição, de diversos sólidos básicos de revolução. Sabendo que, a figura, os pontos B, C, E e F são colineares, AB = 4FG, BC = 3FG, EF = 2FG, e utilizando-se daquela forma de pensar o foguete, a decomposição deste, no sentido da ponta para a cauda, é formada pela seguinte sequência de sólidos:

a) pirâmide, cilindro reto, cone reto, cilindro reto.
b) cilindro reto, tronco de cone, cilindro reto, cone equilátero.
c) cone reto, cilindro reto, tronco de cone e cilindro equilátero.
d) cone equilátero, cilindro reto, pirâmide, cilindro.
e) cone, cilindro equilátero, tronco de pirâmide, cilindro.

31. (Enem 2009) Suponha que, na escultura do artista Emanoel Araújo, mostrada na figura a seguir, todos os prismas numerados em algarismos romanos são retos, com bases triangulares, e que as faces laterais do poliedro II são perpendiculares à sua própria face superior, que, por sua vez, é um triângulo congruente ao triângulo base dos prismas. Além disso, considere que os prismas I e III são perpendiculares ao prisma IV e ao poliedro II.



Disponível em: www.escritosriodearte.com.br. Acesso em: 28 jul. 2009.

Imagine um plano paralelo à face á do prisma I, mas que passe pelo ponto P pertencente à aresta do poliedro II, indicado na figura. A interseção desse plano imaginário com a escultura contém

a) dois triângulos congruentes com lados correspondentes paralelos.
b) dois retângulos congruentes e com lados correspondentes paralelos.
c) dois trapézios congruentes com lados correspondentes perpendiculares.
d) dois paralelogramos congruentes com lados correspondentes paralelos.
e) dois quadriláteros congruentes com lados correspondentes perpendiculares.

32. (Enem 2009) Uma empresa que fabrica esferas de aço, de 6 cm de raio, utiliza caixas de madeira, na forma de um cubo, para transportá-las.

Sabendo que a capacidade da caixa é de 13.824 cm^3, então o número máximo de esferas que podem ser transportadas em uma caixa é igual a

a) 4.
b) 8.
c) 16.
d) 24.
e) 32.

33. (Enem cancelado 2009) Considere um caminhão que tenha uma carroceria na forma de um paralelepípedo retângulo, cujas dimensões internas são 5,1 m de comprimento, 2,1 m de largura e 2,1 m de altura. Suponha que esse caminhão foi contratado para transportar 240 caixas na forma de cubo com 1 m de aresta cada uma e que essas caixas podem ser empilhadas para o transporte. Qual é o número mínimo de viagens necessárias para realizar esse transporte?

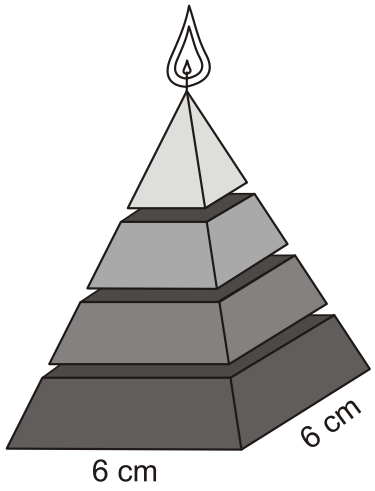
a) 10 viagens.
b) 11 viagens.
c) 12 viagens.
d) 24 viagens.
e) 27 viagens.

34. (Enem 2009) Um artesão construiu peças de artesanato interceptando uma pirâmide de base quadrada com um plano. Após fazer um estudo das diferentes peças que poderia obter, ele concluiu que uma delas poderia ter uma das faces pentagonal.

Qual dos argumentos a seguir justifica a conclusão do artesão?

a) Uma pirâmide de base quadrada tem 4 arestas laterais e a interseção de um plano com a pirâmide intercepta suas arestas laterais. Assim, esses pontos formam um polígono de 4 lados.
b) Uma pirâmide de base quadrada tem 4 faces triangulares e, quando um plano intercepta essa pirâmide, divide cada face em um triângulo e um trapézio. Logo, um dos polígonos tem 4 lados.
c) Uma pirâmide de base quadrada tem 5 faces e a interseção de uma face com um plano é um segmento de reta. Assim, se o plano interceptar todas as faces, o polígono obtido nessa interseção tem 5 lados.
d) O número de lados de qualquer polígono obtido como interseção de uma pirâmide com um plano é igual ao número de faces da pirâmide. Como a pirâmide tem 5 faces, o polígono tem 5 lados.
e) O número de lados de qualquer polígono obtido interceptando-se uma pirâmide por um plano é igual ao número de arestas laterais da pirâmide. Como a pirâmide tem 4 arestas laterais, o polígono tem 4 lados.

35. (Enem 2009) Uma fábrica produz velas de parafina em forma de pirâmide quadrangular regular com 19 cm de altura e 6 cm de aresta da base. Essas velas são formadas por 4 blocos de mesma altura — 3 troncos de pirâmide de bases paralelas e 1 pirâmide na parte superior —, espaçados de 1 cm entre eles, sendo que a base superior de cada bloco é igual à base inferior do bloco sobreposto, com uma haste de ferro passando pelo centro de cada bloco, unindo-os, conforme a figura.

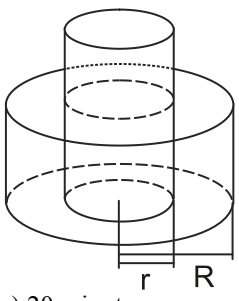


Se o dono da fábrica resolver diversificar o modelo, retirando a pirâmide da parte superior, que tem 1,5 cm de aresta na base, mas mantendo o mesmo molde, quanto ele passará a gastar com parafina para fabricar uma vela?

a) 156 cm^3.
b) 189 cm^3.
c) 192 cm^3.
d) 216 cm^3.
e) 540 cm^3.

36. (Enem cancelado 2009) Em uma praça pública, há uma fonte que é formada por dois cilindros, um de raio r e altura h_1, e o outro de raio R e altura h_2. O cilindro do meio enche e, após transbordar, começa a encher o outro.

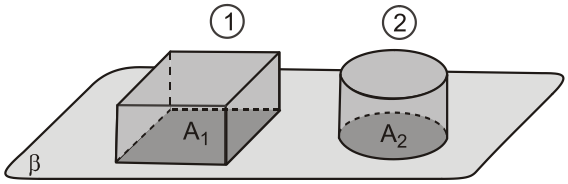
Se $R = r\sqrt{2}$ e $h_2 = \frac{h_1}{3}$ e, para encher o cilindro do meio, foram necessários 30 minutos, então, para se conseguir encher essa fonte e o segundo cilindro, de modo que fique completamente cheio, serão necessários



a) 20 minutos.

b) 30 minutos.
c) 40 minutos.
d) 50 minutos.
e) 60 minutos.

37. (Enem cancelado 2009) Em uma padaria, há dois tipos de forma de bolo, formas 1 e 2, como mostra a figura abaixo.



Sejam L o lado da base da forma quadrada, r o raio da base da forma redonda, A_1 e A_2 as áreas das bases das formas 1 e 2, e V_1 e V_2 os seus volumes, respectivamente. Se as formas têm a mesma altura h, para que elas comportem a mesma quantidade de massa de bolo, qual é a relação entre r e L?

a) L = r
b) L = 2r
c) L = πr
d) L = $r\sqrt{\pi}$
e) L = $\frac{(\pi r 2)}{2}$

38. (Enem cancelado 2009) Um vasilhame na forma de um cilindro circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 30 cm está parcialmente ocupado por 625 π cm^3 de álcool. Suponha que sobre o vasilhame seja fixado um funil na forma de um cone circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 6 cm, conforme ilustra a figura 1. O conjunto, como mostra a figura 2, é virado para baixo, sendo H a distância da superfície do álcool até o fundo do vasilhame.

Volume do cone: $V_{cone} = \frac{\pi r^2 h}{3}$

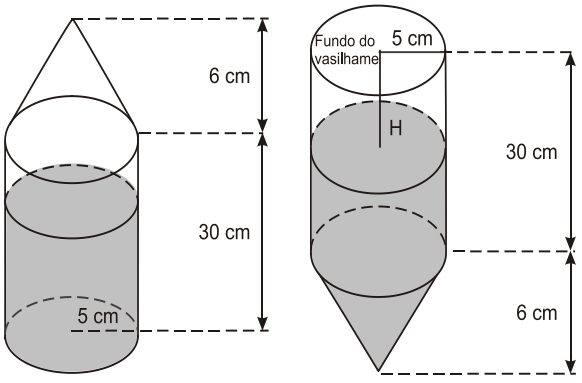


Figura 1 Figura 2

Considerando-se essas informações, qual é o valor da distância H?

a) 5 cm.
b) 7 cm.
c) 8 cm.
d) 12 cm.
e) 18 cm.

39. (Enem cancelado 2009) Um artista plástico construiu, com certa quantidade de massa modeladora, um cilindro circular reto cujo diâmetro da base mede 24 cm e cuja altura mede 15 cm. Antes que a massa secasse, ele resolveu transformar aquele cilindro em uma esfera.

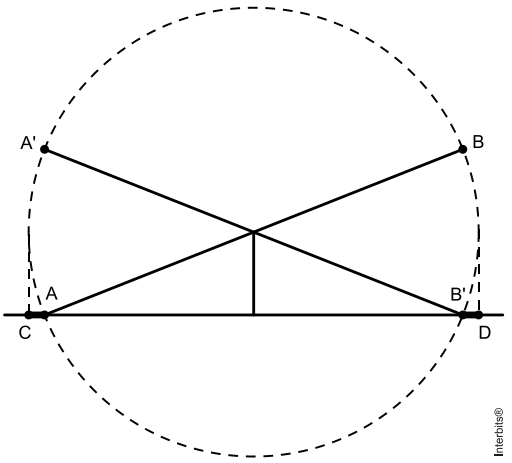
Volume da esfera: $V_{esfera} = \frac{4\pi r^3}{3}$

Analisando as características das figuras geométricas envolvidas, conclui-se que o raio R da esfera assim construída é igual a
a) 15
b) 12
c) 24
d) $\sqrt[3]{60}$
e) $6\sqrt[3]{30}$

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[B]

Considere a figura.



De acordo com a figura, segue que a projeção ortogonal da trajetória dos pontos A e B, sobre o plano do chão da gangorra, corresponde aos segmentos AC e B'D.

Resposta da questão 2:
[A]

Queremos calcular r, de modo que $12 - \pi \cdot r^2 \cdot 1 \geq 4$.
Portanto, considerando 3 como o valor aproximado de π, temos

$$12 - 3r^2 \geq 4 \Leftrightarrow r^2 \leq \frac{8}{3}$$
$$\Rightarrow 0 < r \leq \sqrt{\frac{8}{3}}$$
$$\Rightarrow 0 < r \leq 1{,}63,$$

ou seja, a medida do raio máximo da ilha de lazer, em metros, é um número que está mais próximo de $1{,}6$.

Resposta da questão 3:
[D]

É fácil ver que o sólido da figura é constituído por dois troncos de cone.

Resposta da questão 4:
[C]

Supondo que a pirâmide é regular, temos que a projeção ortogonal do deslocamento no plano da base da pirâmide está corretamente descrita na figura da alternativa [C].

Resposta da questão 5:
[C]

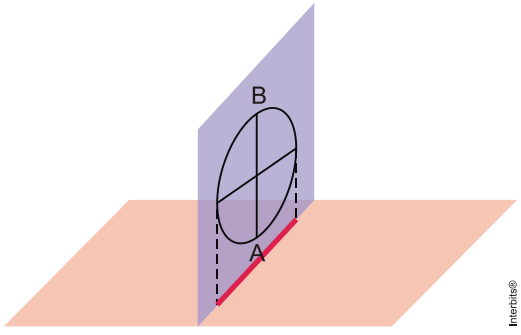
O nível da água subiria $\frac{2400}{40 \cdot 30} = 2\,cm$, fazendo a água ficar com $25 - 5 + 2 = 22\,cm$ de altura.

Resposta da questão 6:
[A]

De acordo com as planificações, Maria poderá obter, da esquerda para a direita, um cilindro, um prisma de base pentagonal e uma pirâmide triangular.

Resposta da questão 7:
[E]

O plano que contém o trajeto do motociclista é perpendicular ao plano do chão, portanto a projeção ortogonal do trajeto do motociclista no plano do chão é um segmento de reta.



Resposta da questão 8:
[C]

Supondo que o volume de açúcar e o volume de água somem o volume do copo.

De acordo com o texto, temos:
Volume de água = 5x
Volume de água = x
Volume do copo = $\pi 2^2.10 = 3.2^2.10 = 120cm^3$
Então $x + 5x = 120 \Leftrightarrow 6x = 120 \Leftrightarrow x = 20cm^3$
Portanto, a quantidade de água deverá ser $5.20 = 100\ cm^3 = 100\ mL$.

Resposta da questão 9:
[E]

A expressão superfície de revolução garante que a figura represente a superfície lateral de um **cone**.

Resposta da questão 10:
[C]

A única figura que representa um cesto com apenas trapézios isósceles e retângulos nas faces laterais é a da alternativa (C).

Resposta da questão 11:
[B]

Sendo **a** a aresta do cubo, temos:
$a^3 = 4.18.3$
$a^3 = 216$
$a = 6$

Resposta da questão 12:
[B]

Multiplicando as dimensões temos o valor de seu volume em m^3.

Resposta da questão 13:
[D]

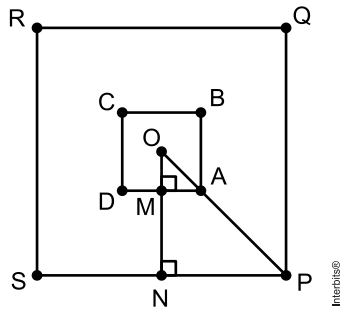
V = volume do cubo maior – volume do cubo menor
$V = 12^3 - 8^3$
$V = 1728 - 512$
$V = 1216$

Resposta da questão 14:
[E]

Sabendo que a menor distância entre dois pontos é o segmento de reta que os une, segue que a representação exibida na alternativa (E) é a única que ilustra corretamente a menor distância entre A e B.

Resposta da questão 15:
[D]

Considere a figura abaixo, em que o quadrado $ABCD$ é a base da pirâmide, O é o centro da base da pirâmide e o quadrado $PQRS$ é a base da plataforma.

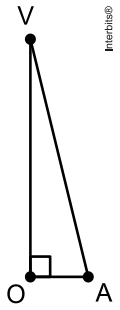


Como $\overline{AB} = 6\sqrt{2}$ m, temos que

$\overline{OA} = \dfrac{\overline{AB}\cdot\sqrt{2}}{2} = \dfrac{6\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = 6$ m. Além disso, sabemos que $\overline{PQ} = 19\sqrt{2}$ m. Logo,

$$\overline{OP} = \frac{\overline{PQ}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{19\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = 19 \text{ m}.$$

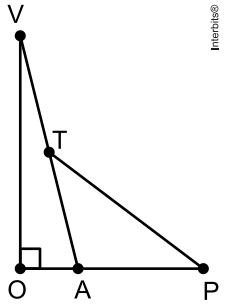
Sendo V o vértice da torre e sabendo que $\overline{VO} = 24$ m, considere a figura abaixo.



Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo VOA, obtemos

$$\begin{aligned}\overline{VA}^2 = \overline{VO}^2 + \overline{OA}^2 &\Leftrightarrow \overline{VA}^2 = 24^2 + 6^2\\ &\Rightarrow \overline{VA} = \sqrt{612}\\ &\Rightarrow \overline{VA} = 6\sqrt{17} \text{ m}.\end{aligned}$$

Queremos calcular $\overline{PT}$, em que T é o ponto médio da aresta lateral da torre, conforme a figura seguinte.



Aplicando a Lei dos Cossenos no triângulo APT, segue que $\overline{PT}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{AT}^2 - 2\cdot\overline{AP}\cdot\overline{AT}\cdot\cos P\hat{A}T$.
Daí, como $\overline{AP} = \overline{OP} - \overline{OA} = 19 - 6 = 13$ m e

$$\cos P\hat{A}T = -\cos V\hat{A}O = -\frac{\overline{VA}}{\overline{OA}} = -\frac{6}{6\sqrt{17}} = -\frac{1}{\sqrt{17}},$$

encontramos

$$\overline{PT}^2 = 13^2 + (3\sqrt{17})^2 - 2\cdot 13\cdot 3\sqrt{17}\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right) \Leftrightarrow$$

$$\overline{PT}^2 = 169 + 153 + 78 \Rightarrow \overline{PT} = \sqrt{400} \text{ m}.$$

Resposta da questão 16:
[A]

Volume do copinho = $\pi .2^2.4 = 16\pi$ cm^3

Volume de 20 copinhos pela metade = $\frac{1}{2}$ 20. 16π cm^2 = 160π cm^3

Volume da leiteira = $\pi .4^2.20 = 320\pi$ cm^3

Resposta da questão 17:
[D]

Sejam v e v', respectivamente, a capacidade da embalagem tradicional e a capacidade da nova embalagem. Portanto, de acordo com o enunciado, temos

$$v' = \frac{1}{3}\cdot v \Leftrightarrow \pi\cdot\left(\frac{r}{2}\right)^2\cdot a = \frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h \Leftrightarrow a = \frac{4h}{3}.$$

Resposta da questão 18:
[A]

	Volume (m^3)	**Massa (toneladas)**
Espécie I	$3.3^2.12.0,06=19,44$	$0,77.19,44 = 14,96$
Espécie II	$2.4^2.10.0,06 = 19,2$	$0,78.19,2 = 14,97$

Resposta da questão 19:
[B]

O volume de refrigerante em uma garrafa parcialmente cheia é dado por $\pi \cdot 3^2 \cdot 12 \cong 3 \cdot 9 \cdot 12 = 324\,cm^3$.

Portanto, o número aproximado de garrafas utilizadas foi de $\frac{1800000}{324} \cong 5.555$.

Resposta da questão 20:
[B]

Como $40\,cm = 0,4\,m$, segue que o volume de um tambor é dado por $\pi \cdot r^2 \cdot h \cong 3 \cdot \left(\frac{0,4}{2}\right)^2 \cdot 1 = 0,12\,m^3$.
Assim, o volume de água contido em um kit é $6 \cdot 0,12 = 0,72\,m^3$.
Por conseguinte, o valor a ser pago por uma família que utilizar 12 vezes a capacidade total do kit em um mês é de $2,5 \cdot 12 \cdot 0,72 = R\$\ 21,60$.

Resposta da questão 21:
[E]

A superfície do bebedouro 3 é constituída por dois semicírculos e por um retângulo.

Resposta da questão 22:
[B]

Sejam $r_1 = 2\,cm$ e $h_1 = 13,5\,cm$, respectivamente, o raio da base e a altura do cilindro cujo rótulo custa $R\$\ 0,60$. Se V_1 e $A\ell_1$ denotam, respectivamente, a capacidade e a área do rótulo, então $V_1 = \pi \cdot 2^2 \cdot 13,5 = 54\pi\,cm^3$ e $A\ell_1 = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 13,5 = 54\pi\,cm^2$.

Sejam r_2 e h_2, respectivamente, o raio da base e a altura da nova embalagem. Como $h_2 = 2 \cdot r_2$ e as capacidades das embalagens são iguais, temos que
$V_1 = V_2 \Leftrightarrow 54\pi = \pi r_2^2 \cdot 2r_2 \Leftrightarrow r_2 = \sqrt[3]{27} = 3$.

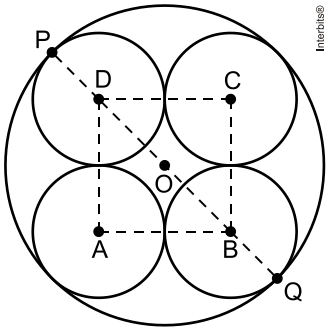
Além disso, a área lateral da nova embalagem é $A\ell_2 = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 6 = 36\pi\,cm^2$.

Supondo que o custo da embalagem seja diretamente proporcional à área lateral da mesma, obtemos
$c_1 = k \cdot A\ell_1 \Leftrightarrow k = \frac{0,6}{54\pi}$, sendo k a constante de proporcionalidade e c_1 o custo da primeira embalagem.

Portanto, $c_2 = k \cdot A\ell_2 = \frac{0,6}{54\pi} \cdot 36\pi = R\$\ 0,40$ e $\frac{c_2}{c_1} = \frac{36\pi}{54\pi} = \frac{2}{3}$, ou seja, o valor que o fabricante deverá pagar por esse rótulo é de $R\$\ 0,40$, pois haverá uma redução de $c_1 - c_2 = c_1 - \frac{2}{3}c_1 = \frac{1}{3}c_1$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

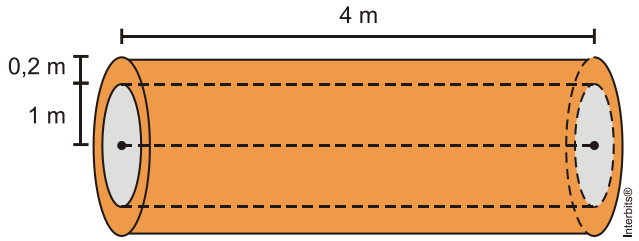
Resposta da questão 23:
[D]

Considere a figura, em que O é o centro da base do cilindro cujo raio queremos calcular.



O lado do quadrado $ABCD$ é igual ao diâmetro da base dos cilindros menores. Logo, $\overline{AB} = 2 \cdot 6 = 12\,cm$. Além disso, como $\overline{OB} = \frac{\overline{BD}}{2}$, segue que
$\overline{OB} = \frac{\overline{AB} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{12 \cdot \sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}\,cm$.
Portanto, o raio da base do cilindro maior é dado por
$\overline{OQ} = \overline{OB} + \overline{BQ} = 6\sqrt{2} + 6 = 6(\sqrt{2} + 1)\,cm$.

Resposta da questão 24:
[D]



Volume do concreto é V. Logo:

V = Volume do cilindro maior – volume do cilindro menor

$V = \pi.(1,2)^2 .4 - \pi.1^2.4$
$V = 1,76.3,1$
$V = 5,456m^3$

Logo, o preço da manilha será 5,456 . 10 = R$ 54,56

Resposta da questão 25:
[D]

	Área lateral (A_L)	Volume	A_L/V
Tanque I	$2\pi.2.6 = 24\pi$	$\pi.2^2.6 = 24\pi$	1
Tanque II	$2\pi.2.8 = 32\pi$	$\pi.2^2.8 = 32\pi$	1
Tanque III	$\mathbf{2\pi.3.8 = 48\pi}$	$\mathbf{\pi.3^2..8 = 72\pi}$	**2/3**

Resposta da questão 26:
[D]

Sejam r e h, respectivamente, o raio e a espessura das moedas de chocolate fabricadas atualmente. Logo, o volume V de chocolate de uma moeda é $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$.

De acordo com a sugestão de Pedro, o volume V' de chocolate empregado na fabricação de uma moeda com $8\,cm$ de diâmetro seria $V' = \pi \cdot (2r)^2 \cdot h = 4 \cdot \underbrace{\pi \cdot r^2 \cdot h}_{V} = 4V$.

Supondo que o preço p da moeda seja diretamente proporcional ao volume de chocolate, segue que $p = k \cdot V = R\$\,1{,}50$, em que k é a constante de proporcionalidade. Assim, o preço p' da moeda sugerida por Pedro deveria ser de
$p' = k \cdot V' = k \cdot 4V = 4 \cdot 1{,}50 = R\$\,6{,}00$.

Resposta da questão 27:
[B]

Se a área a ser iluminada mede $28{,}26\,m^2$ e r é o raio da área circular iluminada, então

$$\pi \cdot r^2 = 28{,}26 \Rightarrow r \cong \sqrt{\frac{28{,}26}{3{,}14}} \Rightarrow r \cong 3\,m.$$

Portanto, como $g = 5\,m$ e $r = 3\,m$, segue que $h = 4\,m$.

Resposta da questão 28:
[B]

$$\frac{2}{3}.\pi.3^3 = \frac{1}{3}\pi.3^2.h \Leftrightarrow 3h = 18 \Leftrightarrow h = 6cm$$

Resposta da questão 29:
[A]

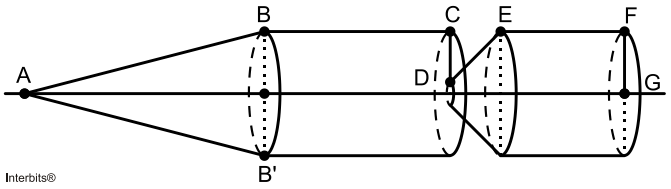
Sejam V_{ds} e V_d, respectivamente, o volume da esfera que corresponde à água doce superficial e o volume da esfera que corresponde à água doce do planeta.

A razão pedida é dada por

$$\frac{V_{ds}}{V_d} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{ds}^3}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_d^3} = \left(\frac{r_{ds}}{r_d}\right)^3 = \left(\frac{29}{203}\right)^3 = \left(\frac{1}{7}\right)^3 = \frac{1}{343}.$$

Resposta da questão 30:
[C]

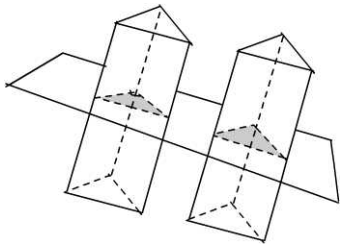
Girando a forma em torno do arame rígido, obtemos a figura abaixo.



Portanto, a decomposição do foguete, no sentido da ponta para a cauda, é formada pela seguinte sequência de sólidos: cone reto $(\overline{AB} = 4\overline{FG} \neq \overline{BB'} = 2\overline{FG})$, cilindro reto $(\overline{BC} = 3\overline{FG} \neq 2\overline{FG})$, tronco de cone e cilindro equilátero $(\overline{EF} = 2\overline{FG})$.

Resposta da questão 31:
[A]

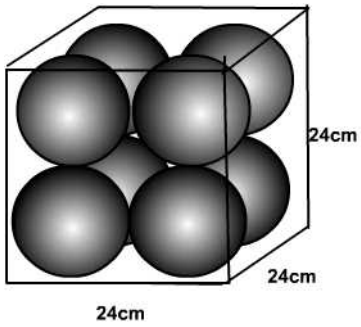
De acordo com a figura a seguir a melhor opção é o item A



Resposta da questão 32:
[B]

$a^3 = 13.824 \Leftrightarrow a = 24cm$. Diâmetro da esfera = 12cm

No comprimento do cubo podemos colocar 2 esferas
Na largura do cubo podemos colocar 2 esferas
Na altura do cubo podemos colocar 2 esferas
Logo o número de esferas será 2.2.2 = 8

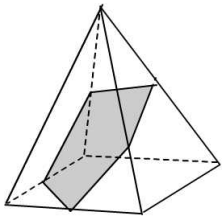


Resposta da questão 33:
[C]

No comprimento conseguiremos colocar 5 caixas, na largura 2 caixas e na altura 2 caixas.
Total de caixas 5.2.2 = 20 caixas.
Número mínimo de viagens: $\frac{240}{20} = 12$

Resposta da questão 34:
[C]

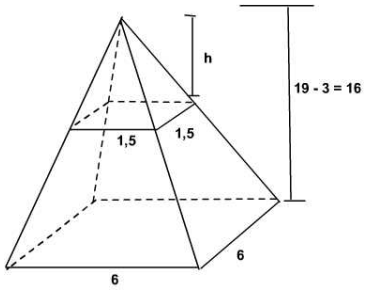
Apenas a alternativa C reflete a figura a seguir.



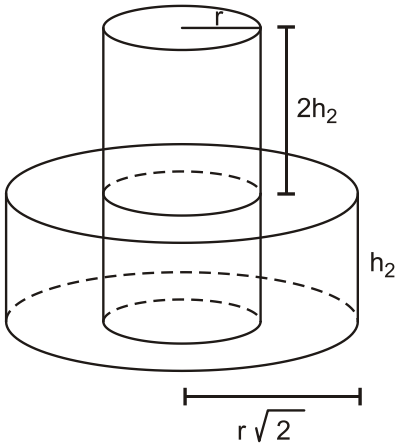
Resposta da questão 35:
[B]

$\frac{h}{16}\frac{1,5}{6} \Leftrightarrow h = 4$

$Volume = \frac{1}{3}6^2.16 - \frac{1}{3}.1,5^2.4 = 192cm^3$



Resposta da questão 36:
[C]



Volume do cilindro central = $\pi.r^2.3h_2$

Volume livre do segundo cilindro = $\pi.(r\sqrt{2})^2.h_2 - \pi.r^2.h_2 = \pi.r^2.h_2$

Então para encher o volume livre do segundo cilindro levará 10 min(ou seja 1/3 de 30min)

O tempo total será
30 + 10 = 40min

Resposta da questão 37:
[D]

Seus volumes são iguais, pois possuem a mesma massa e mesma altura.
Admitindo altura h para os dois bolos , temos:

$V_1 = V_2$
$L^2.h = \pi.r^2.h$
$L^2 = \pi.r^2$
$L = \sqrt{\pi.r^2}$
$L = r.\sqrt{\pi}$

Resposta da questão 38:
[B]

Volume do cone = $\frac{\pi.5^2.6}{3} = 50\pi\ cm^3$

Volume do líquido do cilindro da figura 2 = 625π - 50π = 575π
Altura do líquido do cilindro da figura 2.

$\pi .5^2.h = 575\pi \Leftrightarrow h = 23$ cm.

Na figura 2, temos: H = 30 – h logo H = 7 cm

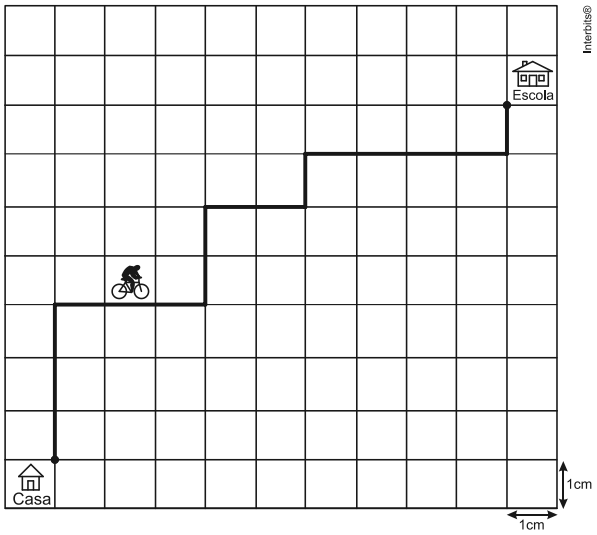
Resposta da questão 39:
[D]

Volume do cilindro = $\pi\ 12^2.\ 15$

$$\frac{4\pi.R^3}{3} = \pi.12^2.15 \Leftrightarrow R = 3.\sqrt[3]{60}$$

Aritmética

1. (Enem 2013) A Secretaria de Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal, uma bicicleta, que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno que morava mais distante da escola realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura, na escala $1:25000$, por um período de cinco dias.



Quantos quilômetros esse aluno percorreu na fase de implantação do programa?
a) 4
b) 8
c) 16
d) 20
e) 40

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[E]

A distância total percorrida pelo aluno no mapa foi de $5 \cdot 2 \cdot (7+9) = 160\,\text{cm}$. Sendo d a distância real percorrida e $1:25000$ a escala, temos

$$\frac{160}{d} = \frac{1}{25000} \Leftrightarrow d = 4 \cdot 10^6\,\text{cm}$$
$$\Leftrightarrow d = \frac{4 \cdot 10^6}{10^5}\,\text{km}$$
$$\Leftrightarrow d = 40\,\text{km}.$$

PA e PG

1. (Enem 2013) As projeções para a produção de arroz no período de 2012–2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de
a) 497,25.
b) 500,85.
c) 502,87.
d) 558,75.
e) 563,25.

2. (Enem 2012) Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a Paciência, que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas.
A quantidade de cartas que forma o monte é
a) 21.
b) 24.
c) 26.
d) 28.
e) 31.

3. (Enem 2011) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33 000 passagens; em fevereiro, 34 500; em março, 36 000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes.
Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?
a) 38 000
b) 40 500
c) 41 000
d) 42 000
e) 48 000

4. (Enem 2ª aplicação 2010) Nos últimos anos, a corrida de rua cresce no Brasil. Nunca se falou tanto no assunto como hoje, e a quantidade de adeptos aumenta progressivamente, afinal, correr traz inúmeros benefícios para a saúde física e mental, além de ser um esporte que não exige um alto investimento financeiro.

Disponível em:http://www.webrun.com.br. Acesso em: 28 abr. 2010.

Um corredor estipulou um plano de treinamento diário, correndo 3 quilômetros no primeiro dia e aumentando 500 metros por dia, a partir do segundo. Contudo, seu médico cardiologista autorizou essa atividade até que o corredor atingisse, no máximo, 10 km de corrida em um mesmo dia de treino. Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado corretamente em dias consecutivos, pode-se afirmar que esse planejamento de treino só poderá ser executado em, exatamente,
a) 12 dias.
b) 13 dias.
c) 14 dias.
d) 15 dias.
e) 16 dias.

5. (Enem 2010) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.

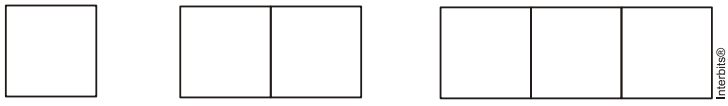


Figura I Figura II Figura III

Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?
a) C = 4Q
b) C = 3Q + 1
c) C = 4Q – 1

d) C = Q + 3
e) C = 4Q – 2

6. (Enem 2ª aplicação 2010) O trabalho em empresas de exige dos profissionais conhecimentos de diferentes áreas. Na semana passada, todos os funcionários de uma dessas empresas estavam envolvidos na tarefa de determinar a quantidade de estrelas que seriam utilizadas na confecção de um painel de Natal.
Um dos funcionários apresentou um esboço das primeiras cinco linhas do painel, que terá, no total, 150 linhas.

Após avaliar o esboço, cada um dos funcionários esboçou sua resposta:

Funcionário I: aproximadamente 200 estrelas.
Funcionário II: aproximadamente 6 000 estrelas.
Funcionário III: aproximadamente 12 000 estrelas.
Funcionário IV: aproximadamente 22 500 estrelas.
Funcionário V: aproximadamente 22 800 estrelas.

Qual funcionário apresentou um resultado mais próximo da quantidade de estrelas necessária?
a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

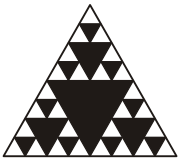
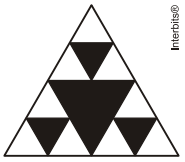
7. (Enem 2008) Fractal (do latim *fractus*, fração, quebrado) - objeto que pode ser dividido em partes que possuem semelhança com o objeto inicial. A geometria fractal, criada no século XX, estuda as propriedades e o comportamento dos fractais - objetos geométricos formados por repetições de padrões similares.
O triângulo de Sierpinski, uma das formas elementares da geometria fractal, pode ser obtido por meio dos seguintes passos:

1. comece com um triângulo equilátero (figura 1);
2. construa um triângulo em que cada lado tenha a metade do tamanho do lado do triângulo anterior e faça três cópias;
3. posicione essas cópias de maneira que cada triângulo tenha um vértice comum com um dos vértices de cada um dos outros dois triângulos, conforme ilustra a figura 2;
4. repita sucessivamente os passos 2 e 3 para cada cópia dos triângulos obtidos no passo 3 (figura 3).

Figura 1 Figura 2 Figura 3

De acordo com o procedimento descrito, a figura 4 da sequência apresentada acima é

a)

b)
c)
d) 
e) 

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[D]

Como
$51,50 - 50,25 = 52,75 - 51,50 = 54 - 52,75 = 1,25,$
podemos concluir que a sequência
$50,25; 51,50; 52,75; 54,00; \ldots$ é uma progressão aritmética de primeiro termo $a_1 = 50,25$ e razão $r = 1,25.$
Portanto, queremos calcular a soma dos 10 primeiros termos dessa progressão aritmética, ou seja,

$$\begin{aligned} S_{10} &= \left(\frac{2a_1 + 9r}{2}\right)\cdot 10 \\ &= \left(\frac{2\cdot 50,25 + 9\cdot 1,25}{2}\right)\cdot 10 \\ &= 558,75. \end{aligned}$$

Resposta da questão 2:
[B]

A quantidade de cartas que forma o monte é dada por

$$52 - (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 24.$$

Resposta da questão 3:
[D]

P.A, onde a_1= 33 000 e razão r = 1500.

a_7 = número de passagens vendidas em julho do ano passado.

Logo,
$a_7 = a_1 + 6.\ r$
$a_7 = 33\ 000 + 6.1500$
$a_7 = 42\ 000.$

Resposta da questão 4:
[D]

As distâncias percorridas pelo corredor constituem a progressão aritmética $(3; 3,5; 4; \ldots; 10).$
Se n denota o número de dias para que o planejamento seja executado, temos que
$10 = 3 + (n-1)\cdot 0,5 \Leftrightarrow 7\cdot 2 = n - 1 \Leftrightarrow n = 15.$

Resposta da questão 5:
[B]

P.A.(4,7,10,...) r = 3
Sendo Q a quantia de quadrados e C a quantia de canudos, temos:
$C = Q_1 + (Q - 1).r$
$C = 4 + (Q - 1).3$
$C = 3.Q + 1$

Resposta da questão 6:
[C]

O número de estrelas em cada linha constitui uma progressão aritmética em que o termo geral é dado por $a_n = n,$ sendo n $(n \geq 1)$ o número da linha.
A soma dos 150 primeiros termos da progressão é dada por $S_{150} = \frac{(a_1 + a_{150})}{2}\cdot 150 = \frac{(1+150)}{2}\cdot 150 = 11.325.$

Portanto, como 12.000 é o número mais próximo de 11.325, segue que o funcionário III apresentou o melhor palpite.

Resposta da questão 7:
[C]

O número de triângulos pretos em cada passo constitui a PG $(1, 3, 9, 27, \ldots).$
A alternativa (C) é a única que apresenta 27 triângulos pretos.

Análise Combinatória

1. (Enem 2013) Considere o seguinte jogo de apostas:

Numa cartela com 60 números disponíveis, um apostador escolhe de 6 a 10 números. Dentre os números disponíveis, serão sorteados apenas 6. O apostador será premiado caso os 6 números sorteados estejam entre os números escolhidos por ele numa mesma cartela.
O quadro apresenta o preço de cada cartela, de acordo com a quantidade de números escolhidos.

Quantidade de números escolhidos em uma cartela	Preço da cartela (R$)
6	2,00
7	12,00
8	40,00
9	125,00
10	250,00

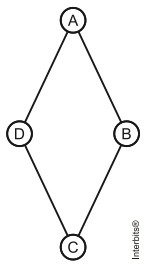
Cinco apostadores, cada um com R$500,00 para apostar, fizeram as seguintes opções:
- Arthur: 250 cartelas com 6 números escolhidos;
- Bruno: 41 cartelas com 7 números escolhidos e 4 cartelas com 6 números escolhidos;
- Caio: 12 cartelas com 8 números escolhidos e 10 cartelas com 6 números escolhidos;
- Douglas: 4 cartelas com 9 números escolhidos;
- Eduardo: 2 cartelas com 10 números escolhidos.

Os dois apostadores com maiores probabilidades de serem premiados são
a) Caio e Eduardo.
b) Arthur e Eduardo.
c) Bruno e Caio.
d) Arthur e Bruno.
e) Douglas e Eduardo.

2. (Enem 2013) Um banco solicitou aos seus clientes a criação de uma senha pessoal de seis dígitos, formada somente por algarismos de 0 a 9, para acesso à conta-corrente pela internet.
Entretanto, um especialista em sistemas de segurança eletrônica recomendou à direção do banco recadastrar seus usuários, solicitando, para cada um deles, a criação de uma nova senha com seis dígitos, permitindo agora o uso das 26 letras do alfabeto, além dos algarismos de 0 a 9. Nesse novo sistema, cada letra maiúscula era considerada distinta de sua versão minúscula. Além disso, era proibido o uso de outros tipos de caracteres.
Uma forma de avaliar uma alteração no sistema de senhas é a verificação do coeficiente de melhora, que é a razão do novo número de possibilidades de senhas em relação ao antigo.

O coeficiente de melhora da alteração recomendada é
a) $\frac{62^6}{10^6}$
b) $\frac{62!}{10!}$
c) $\frac{62!\,4!}{10!\,56!}$
d) $62! - 10!$
e) $62^6 - 10^6$

3. (Enem 2013) Um artesão de joias tem a sua disposição pedras brasileiras de três cores: vermelhas, azuis e verdes. Ele pretende produzir joias constituídas por uma liga metálica, a partir de um molde no formato de um losango não quadrado com pedras nos seus vértices, de modo que dois vértices consecutivos tenham sempre pedras de cores diferentes.
A figura ilustra uma joia, produzida por esse artesão, cujos vértices A, B, C e D correspondem às posições ocupadas pelas pedras.



Com base nas informações fornecidas, quantas joias diferentes, nesse formato, o artesão poderá obter?
a) 6
b) 12
c) 18
d) 24
e) 36

4. (Enem 2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido.
Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.
O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há
a) 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
b) 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
c) 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
d) 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
e) 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

5. (Enem 2012) O *designer* português Miguel Neiva criou um sistema de símbolos que permite que pessoas daltônicas identifiquem cores. O sistema consiste na utilização de símbolos que identificam as cores primárias (azul, amarelo e vermelho). Além disso, a justaposição de dois desses símbolos permite identificar cores secundárias (como o verde, que é o amarelo combinado com o azul). O preto e o branco são identificados por pequenos quadrados: o que simboliza o preto é cheio, enquanto o que simboliza o branco é vazio. Os símbolos que representam preto e branco também podem ser associados aos símbolos que identificam cores, significando se estas são claras ou escuras.

Folha de Sao Paulo. Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 18 fev. 2012. (adaptado)

De acordo com o texto, quantas cores podem ser representadas pelo sistema proposto?
a) 14
b) 18
c) 20
d) 21
e) 23

6. (Enem 2011) O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120

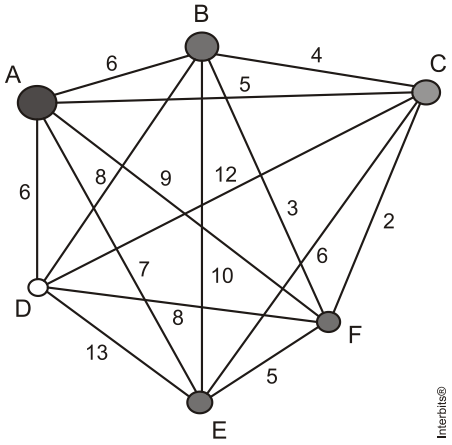
candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e, em nenhum deles, apareceram dígitos pares.
Em razão disso, a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75.913 é
a) 24.
b) 31.
c) 32.
d) 88.
e) 89.

7. (Enem 2ª aplicação 2010) Considere que um professor de arqueologia tenha obtido recursos para visitar 5 museus, sendo 3 deles no Brasil e 2 fora do país. Ele decidiu restringir sua escolha aos museus nacionais e internacionais relacionados na tabela a seguir.

Museus nacionais	**Museus internacionais**
Masp — São Paulo	**Louvre** — Paris
MAM — São Paulo	**Prado** — Madri
Ipiranga — São Paulo	**British Museum** — Londres
Imperial — Petrópolis	**Metropolitan** — Nova York

De acordo com os recursos obtidos, de quantas maneiras diferentes esse professor pode escolher os 5 museus para visitar?
a) 6
b) 8
c) 20
d) 24
e) 36

8. (Enem 2010) João mora na cidade A e precisa visitar cinco clientes, localizados em cidades diferentes da sua. Cada trajeto possível pode ser representado por uma sequência de 7 letras. Por exemplo, o trajeto ABCDEFA, informa que ele saíra da cidade A, visitando as cidades B, C, D, E e F nesta ordem, voltando para a cidade A. Além disso, o número indicado entre as letras informa o custo do deslocamento entre as cidades. A figura mostra o custo de deslocamento entre cada uma das cidades.



Como João quer economizar, ele precisa determinar qual o trajeto de menor custo para visitar os cinco clientes. Examinando a figura, percebe que precisa considerar somente parte das sequências, pois os trajetos ABCDEFA e AFEDCBA têm o mesmo custo. Ele gasta 1 min30s para examinar uma sequência e descartar sua simétrica, conforme apresentado.

O tempo mínimo necessário para João verificar todas as sequências possíveis no problema é de
a) 60 min.
b) 90 min.
c) 120 min.
d) 180 min.
e) 360 min.

9. (Enem 2009) A população brasileira sabe, pelo menos intuitivamente, que a probabilidade de acertar as seis dezenas da mega sena não é zero, mas é quase.
Mesmo assim, milhões de pessoas são atraídas por essa loteria, especialmente quando o prêmio se acumula em valores altos. Até junho de 2009, cada aposta de seis dezenas, pertencentes ao conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}, custava R$ 1,50.

Disponível em: www.caixa.gov.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Considere que uma pessoa decida apostar exatamente R$ 126,00 e que esteja mais interessada em acertar apenas cinco das seis dezenas da mega sena, justamente pela dificuldade desta última. Nesse caso, é melhor que essa pessoa faça 84 apostas de seis dezenas diferentes, que não tenham cinco números em comum, do que uma única aposta com nove dezenas, porque a probabilidade de acertar a quina no segundo caso em relação ao primeiro é, aproximadamente,

a) $1\frac{1}{2}$ vez menor.

b) $2\frac{1}{2}$ vezes menor.

c) 4 vezes menor.

d) 9 vezes menor.
e) 14 vezes menor.

10. (Enem 2009) Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante.

A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de

a) uma combinação e um arranjo, respectivamente.
b) um arranjo e uma combinação, respectivamente.
c) um arranjo e uma permutação, respectivamente.
d) duas combinações.
e) dois arranjos.

11. (Enem cancelado 2009) Em um concurso realizado em uma lanchonete, apresentavam-se ao consumidor quatro cartas voltadas para baixo, em ordem aleatória, diferenciadas pelos algarismos 0, 1, 2 e 5. O consumidor selecionava uma nova ordem ainda com as cartas voltadas para baixo. Ao desvirá-las, verificava-se quais delas continham o algarismo na posição correta dos algarismos do número 12,50 que era o valor, em reais, do trio-promoção. Para cada algarismo na posição acertada, ganhava-se R$ 1,00 de desconto. Por exemplo, se a segunda carta da sequência escolhida pelo consumidor fosse 2 e a terceira fosse 5, ele ganharia R$ 2,00 de desconto.

Qual é a probabilidade de um consumidor **não** ganhar qualquer desconto?

a) $\frac{1}{24}$
b) $\frac{3}{24}$
c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{1}{4}$
e) $\frac{1}{2}$

12. (Enem 2007) Estima-se que haja, no Acre, 209 espécies de mamíferos, distribuídas conforme a tabela a seguir.

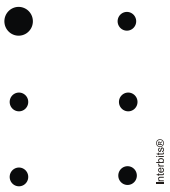
grupos taxonômicos	número de espécies
Artiodáctilos	4
Carnívoros	18
Cetáceos	2
Quirópteros	103
Lagomorfos	1
Marsupiais	16
Perissodáctilos	1
Primatas	20
Roedores	33
Sirênios	1
Edentados	10
Total	209

T & C Amazônia, ano 1, n.º 3, dez./2003.

Deseja-se realizar um estudo comparativo entre três dessas espécies de mamíferos - uma do grupo Cetáceos, outra do grupo Primatas e a terceira do grupo Roedores.
O número de conjuntos distintos que podem ser formados com essas espécies para esse estudo é igual a

a) 1.320.
b) 2.090.
c) 5.845.
d) 6.600.
e) 7.245.

13. (Enem 2005) A escrita Braile para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caractere é um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais.
Por exemplo, a letra A é representada por



O número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braile é

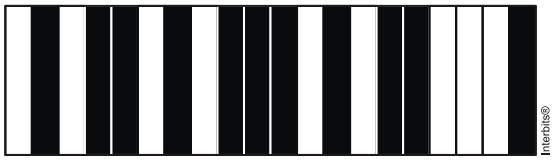
a) 12.
b) 31.
c) 36.
d) 63.
e) 720.

14. (Enem 2004) No Nordeste brasileiro, é comum encontrarmos peças de artesanato constituídas por garrafas preenchidas com areia de diferentes cores, formando desenhos. Um artesão deseja fazer peças com areia de cores cinza, azul, verde e amarela, mantendo o mesmo desenho, mas variando as cores da paisagem (casa, palmeira e fundo), conforme a figura.

O fundo pode ser representado nas cores azul ou cinza; a casa, nas cores azul, verde ou amarela; e a palmeira, nas cores cinza ou verde. Se o fundo não pode ter a mesma cor nem da casa nem da palmeira, por uma questão de contraste, então o número de variações que podem ser obtidas para a paisagem é

a) 6.
b) 7.
c) 8.
d) 9.
e) 10.

15. (Enem 2002) O código de barras, contido na maior parte dos produtos industrializados, consiste num conjunto de várias barras que podem estar preenchidas com cor escura ou não. Quando um leitor óptico passa sobre essas barras, a leitura de uma barra clara é convertida no número 0 e a de uma barra escura, no número 1. Observe a seguir um exemplo simplificado de um código em um sistema de código com 20 barras.



Se o leitor óptico for passado da esquerda para a direita irá ler: 01011010111010110001

Se o leitor óptico for passado da direita para a esquerda irá ler: 10001101011101011010

No sistema de código de barras, para se organizar o processo de leitura óptica de cada código, deve-se levar em consideração que alguns códigos podem ter leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, como o código 00000000111100000000, no sistema descrito acima.

Em um sistema de códigos que utilize apenas cinco barras, a quantidade de códigos com leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, desconsiderando-se todas as barras claras ou todas as escuras, é

a) 14.
b) 12.
c) 8.
d) 6.
e) 4.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[A]

Supondo que duas cartelas de um mesmo jogador não possuem 6 dezenas iguais, segue-se que Arthur, Bruno, Caio, Douglas e Eduardo possuem, respectivamente, as seguintes possibilidades de serem premiados:

$$250;\ 41\cdot\binom{7}{6}+4=291;\ 12\cdot\binom{8}{6}+10=346;$$
$$4\cdot\binom{9}{6}=336 \text{ e } 2\cdot\binom{10}{6}=420.$$

Portanto, como o número de casos possíveis para o resultado do sorteio é o mesmo para todos, podemos concluir que Caio e Eduardo são os que têm as maiores probabilidades de serem premiados.

Resposta da questão 2:
[A]

Sabendo que cada letra maiúscula difere da sua correspondente minúscula, há $2\cdot 26+10=62$ possibilidades para cada dígito da senha. Logo, pelo Princípio Fundamental da Contagem, segue-se que existem 62^6 senhas possíveis de seis dígitos.

Analogamente, no sistema antigo existiam 10^6 senhas possíveis de seis dígitos.

Em consequência, a razão pedida é $\dfrac{62^6}{10^6}$.

Resposta da questão 3:
[B]

Há 3 escolhas para a cor da pedra que ficará no vértice A. Além disso, podem ocorrer dois casos em relação às pedras que ficarão nos vértices B e D: (i) as cores das pedras em B e D são iguais; (ii) as cores das pedras em B e D são distintas.

Portanto, as configurações possíveis são:
$(A,B,C,D)=(3,1,2,1)$ e $(A,B,C,D)=(3,2,1,1)$, o que corresponde a $3\cdot 1\cdot 2\cdot 1+3\cdot 2\cdot 1\cdot 1=12$ joias distintas.

Resposta da questão 4:
[A]

Pelo PFC, existem $5\cdot 6\cdot 9=270$ respostas possíveis. Portanto, o diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há $280-270=10$ alunos a mais do que o número de respostas possíveis.

Resposta da questão 5:
[C]

Cores primárias: 3 (vermelho, amarelo e azul).

Cores secundárias: 3 (verde, (amarelo e azul), violeta (azul e vermelho) e laranja (amarelo e vermelho))

Cada uma dessas cores terá três tonalidades (normal, clara e escura).

Preto e branco: 2.

Portanto, o total de cores será 3.(3 + 3) + 2 = 20.

Resposta da questão 6:
[E]

Começando com 1: 4! = 24
Começando com 3: 4! = 24
Começando com 5: 4! = 24
Começando com 71: 3! = 6
Começando com 73: 3! = 6
Começando com 751: 2! = 2
Começando com 753: 2! = 2
O próximo será 75913

Logo, 24 + 24 + 24 + 6 + 6 + 2 + 2 + 1 = 89 (octogésima nona posição).

Resposta da questão 7:
[D]

O professor pode escolher 3 museus no Brasil de $\binom{4}{3}=4$ modos distintos e pode escolher 2 museus no exterior de $\binom{4}{2}=\dfrac{4!}{2!2!}=6$ maneiras. Portanto, pelo PFC, o professor pode escolher os 5 museus para visitar de $4\cdot 6=24$ maneiras diferentes.

Resposta da questão 8:
[B]

5! = 120 sequências possíveis para se visitar as 5 cidades. Desconsiderando as simétricas, termos 60 sequências para visitar, logo o tempo necessário será de 1,5. 60 = 90 minutos.

Resposta da questão 9:
[C]

Número de possibilidades de 84 apostas de seis dezenas diferentes. $84.C_{6,5} = 84.\ 6 = 504$

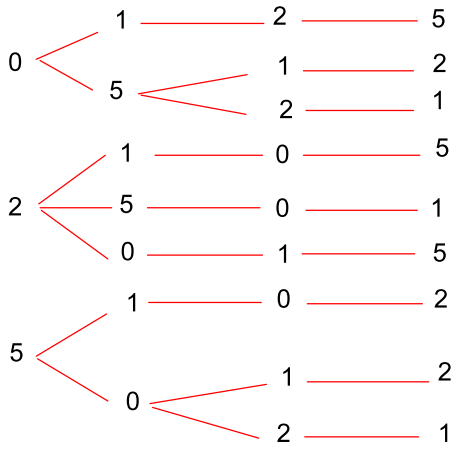
Número de possibilidades de se obter a quina com uma única aposta de 9 dezenas. C9,5 = 126
126 é a quarta parte de 504 logo a alternativa correta é a letra c.

Resposta da questão 10:
[A]

Para o grupo A a ordem dos elementos não importa o que nos leva a pensar numa combinação.
Mas no jogo de abertura existe o time que jogará em sua caso, então temos um arranjo.
Logo a alternativa A é a correta.

Resposta da questão 11:
Sem resposta

Observe o esquema que nos mostra as possíveis disposições dos algarismos



9 possibilidades
Número total de possibilidades: 4! = 24

$$P = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

Não existe alternativa correta.

Resposta da questão 12:
[A]

Há $\binom{2}{1} = 2$ modos de escolher um espécime do grupo Cetáceos, $\binom{20}{1} = 20$ modos de escolher um espécime do grupo Primatas e $\binom{33}{1} = 33$ modos de escolher um espécime do grupo Roedores.
Portanto, pelo PFC, podemos formar $2 \cdot 20 \cdot 33 = 1320$ conjuntos distintos.

Resposta da questão 13:
[D]

Cada ponto pode ou não se destacar em relação aos demais. Logo, pelo Princípio Fundamental da contagem, há

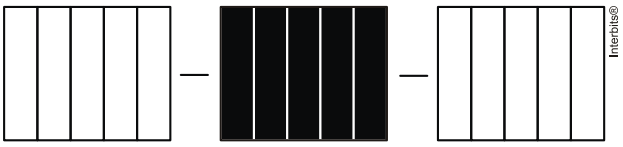
$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$$

conjuntos possíveis, sendo que em um deles nenhum dos pontos se destaca em relação aos demais. Portanto, o número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braile é $64 - 1 = 63$.

Resposta da questão 14:
[B]

Se o fundo for azul, teremos 2 escolhas para a casa e 2 escolhas para a palmeira. Se o fundo for cinza, teremos 3 escolhas para a casa e 1 escolha para a palmeira.
Portanto, existem $2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 7$ variações possíveis.

Resposta da questão 15:
[D]



2.2.2.1.1 - 1 (todas pretas) - 1 (todas brancas) = 6

Médias

1. (Enem 2012) A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 ate 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual.

As empresas que este investidor escolhe comprar são
a) Balas W e Pizzaria Y.
b) Chocolates X e Tecelagem Z.
c) Pizzaria Y e Alfinetes V.
d) Pizzaria Y e Chocolates X.
e) Tecelagem Z e Alfinetes V.

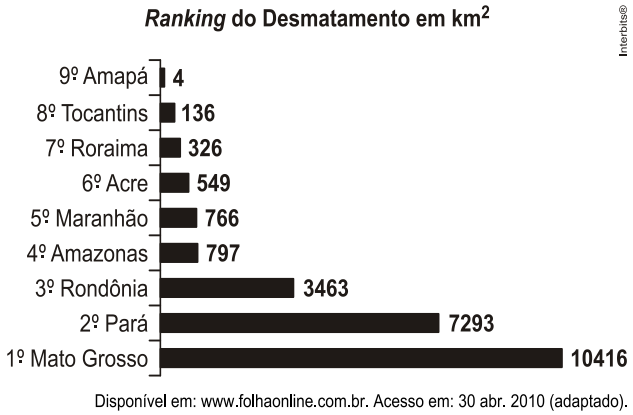
2. (Enem 2011) A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009:

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%

Disponível em: http://www.obmep.org.br. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).

Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Nordeste?
a) 14,6%
b) 18,2%
c) 18,4%
d) 19,0%
e) 21,0%

3. (Enem 2010) Em sete de abril de 2004, um jornal publicou o *ranking* de desmatamento, conforme gráfico, da chamada Amazônia Legal, integrada por nove estados.



Disponível em: www.folhaonline.com.br. Acesso em: 30 abr. 2010 (adaptado).

Considerando-se que até 2009 o desmatamento cresceu 10,5% em relação aos dados de 2004, o desmatamento médio por estado em 2009 está entre
a) 100 km² e 900 km².
b) 1 000 km² e 2 700 km².
c) 2 800 km² e 3 200 km².
d) 3 300 km² e 4 000 km².
e) 4 100 km² e 5 800 km².

4. (Enem 2ª aplicação 2010) Com o intuito de tentar prever a data e o valor do reajuste do próximo salário mínimo, José primeiramente observou o quadro dos reajustes do salário mínimo de abril de 2000 até fevereiro de 2009, mostrada a seguir. Ele procedeu da seguinte maneira: computou o menor e o maior intervalo entre dois reajustes e computou a média dos valores encontrados, e usou este resultado para predizer a data do próximo aumento. Em seguida, determinou o menor e o maior reajuste percentual, ocorrido, tomou a média e usou este resultado para determinar o valor aproximado do próximo salário.

Mês	Ano	Valor
Abril	2000	R$ 151,00
Abril	2001	R$ 180,00
Abril	2002	R$ 200,00
Abril	2003	R$ 240,00
Maio	2004	R$ 260,00
Maio	2005	R$ 300,00
Abril	2006	R$ 350,00
Abril	2007	R$ 380,00
Março	2008	R$ 415,00
Fevereiro	2009	R$ 465,00

Tabela de Salário mínimo nominal vigente. Disponível em: www.ipeadata.gov.br. Acesso em: 03 maio 2009.

De acordo com os cálculos de José, a data do novo reajuste do salário mínimo e o novo valor aproximado do mesmo seriam, respectivamente,
a) fevereiro de 2010 e R$ 530,89.
b) fevereiro de 2010 e R$ 500,00.
c) fevereiro de 2010 e R$ 527,27.
d) janeiro de 2010 e R$ 530,89.
e) janeiro de 2010 e R$ 500,00.

5. (Enem 2ª aplicação 2010) O IGP-M é um índice da Fundação Getúlio Vargas, obtido por meio da variação dos preços de alguns setores da economia, do dia vinte e um do mês anterior ao dia vinte do mês de referência. Ele é calculado a partir do Índice de Preços por Atacado (IPA-M), que tem peso de 60% do índice, do Índice de Preços ao Consumidor (IPC-M), que tem peso de 30%, e do Índice Nacional de Custo de Construção (INCC), representando 10%. Atualmente, o IGP-M é o índice para a correção de contratos de aluguel e o indexador de algumas tarifas, como energia elétrica.

INCC

Mês/Ano	Índice do mês (em %)
Mar/20	0,45

IPC-M

Mês/Ano	Índice do mês (em %)
Mar/20	0,83

IPA-M

Mês/Ano	Índice do mês (em %)
Mar/20	1,07

10	
Fev/2010	0,35
Jan/2010	0,52

10	
Fev/2010	0,88
Jan/2010	1,00

10	
Fev/2010	1,42
Jan/2010	0,51

A partir das informações, é possível determinar o maior IGP-M mensal desse primeiro trimestre, cujo valor é igual a
a) 7,03%.
b) 3,00%.
c) 2,65%.
d) 1,15%.
e) 0,66%.

6. (Enem 2009) Brasil e França têm relações comerciais há mais de 200 anos. Enquanto a França é a 5.ª nação mais rica do planeta, o Brasil é a 10ª, e ambas se destacam na economia mundial. No entanto, devido a uma série de restrições, o comércio entre esses dois países ainda não é adequadamente explorado, como mostra a tabela seguinte, referente ao período 2003-2007.

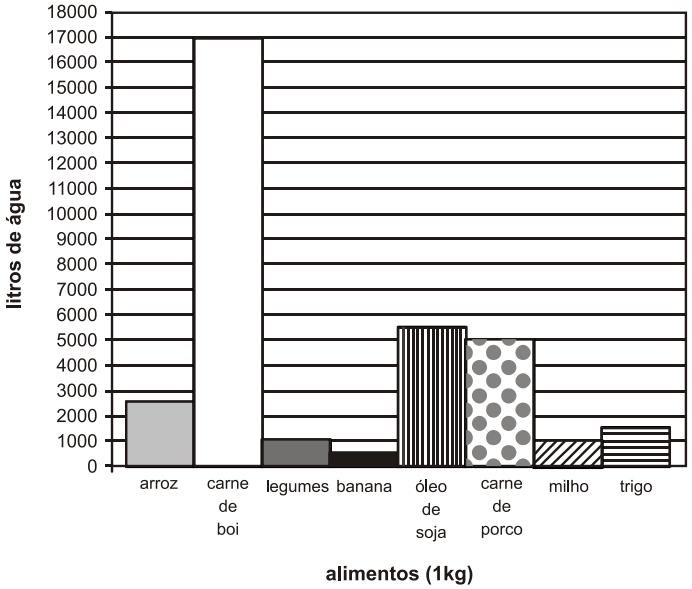
Investimentos Bilaterais (em milhões de dólares)

Ano	Brasil na França	França no Brasil
2003	367	825
2004	357	485
2005	354	1.458
2006	539	744
2007	280	1.214

Disponível em: www.cartacapital.com.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Os dados da tabela mostram que, no período considerado, os valores médios dos investimentos da França no Brasil foram maiores que os investimentos do Brasil na França em um valor
a) inferior a 300 milhões de dólares.
b) superior a 300 milhões de dólares, mas inferior a 400 milhões de dólares.
c) superior a 400 milhões de dólares, mas inferior a 500 milhões de dólares.
d) superior a 500 milhões de dólares, mas inferior a 600 milhões de dólares.
e) superior a 600 milhões de dólares.

7. (Enem cancelado 2009) Nos últimos anos, o aumento da população, aliado ao crescente consumo de água, tem gerado inúmeras preocupações, incluindo o uso desta na produção de alimentos. O gráfico mostra a quantidade de litros de água necessária para a produção de 1 kg de alguns alimentos.



Com base no gráfico, para a produção de 100 kg de milho, 100 kg de trigo, 100 kg de arroz, 100 kg de carne de porco e 600 kg de carne de boi, a quantidade média necessária de água, por quilograma de alimento produzido, é aproximadamente igual a
a) 415 litros por quilograma.
b) 11.200 litros por quilograma.
c) 27.000 litros por quilograma.
d) 2.240.000 litros por quilograma.
e) 2.700.000 litros por quilograma.

8. (Enem cancelado 2009) Segundo a Associação Brasileira de Alumínio (ABAL), o Brasil foi o campeão mundial, pelo sétimo ano seguido, na reciclagem de latas de alumínio. Foi reciclado 96,5% do que foi utilizado no mercado interno em 2007, o equivalente a 11,9 bilhões de latinhas. Este número significa, em média, um movimento de 1,8 bilhão de reais anuais em função da reutilização de latas no Brasil, sendo 523 milhões referentes à etapa da coleta, gerando, assim, "emprego" e renda para cerca de 180 mil trabalhadores. Essa renda, em muitos casos, serve como complementação do orçamento familiar e, em outros casos, como única renda da família.

Revista Conhecimento Prático Geografia, nº 22. (adaptado)

Com base nas informações apresentadas, a renda média mensal dos trabalhadores envolvidos nesse tipo de coleta gira em torno de
a) R$ 173,00.
b) R$ 242,00.
c) R$ 343,00.
d) R$ 504,00.
e) R$ 841,00.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[D]

Médias das receitas em milhares de reais.

Alfinetes V → (200 + 220 + 240) : 3 = 220.
Balas W → (200 + 230 + 200) : 3 = 210.
Chocolates X → (250 + 210 + 215) : 3 = 225.
Pizzaria Y → (230 + 230 + 230) : 3 = 230.
Tecelagem Z → (160 + 210 + 245) : 3 = 205.

As empresas com as maiores médias anuais são Pizzaria Y e Chocolates X.

Obs.: Não é preciso determinar a média aritmética de cada uma das empresas, bastaria encontrar apenas a soma das três receitas de cada empresa.

Resposta da questão 2:
[C]

$$\frac{18\% + 19\% + 21\% + 15\% + 19\%}{5} = \frac{92\%}{5} = 18,4\%$$

Resposta da questão 3:
[C]

$$\frac{4 + 136 + 326 + 549 + 766 + 797 + 3463 + 7293 + 10416}{9} = 2550,333...$$

Resposta da questão 4:
[A]

O maior intervalo de tempo entre dois aumentos sucessivos ocorreu entre abril de 2003 e maio de 2004, ou seja, 13 meses. Já o menor intervalo de tempo entre dois aumentos sucessivos ocorreu entre maio de 2005 e abril de 2006, correspondendo a 11 meses (repetindo-se entre abril de 2007 e março de 2008 e entre março de 2008 e fevereiro de 2009).
Portanto, a média aritmética entre o maior intervalo e o menor intervalo de tempo entre dois aumentos sucessivos foi de $\overline{i} = \frac{13 + 11}{2} = \frac{24}{2} = 12$.
Com relação aos reajustes percentuais, temos que o maior e o menor foram, respectivamente, 2003/2002:
$\frac{240 - 200}{200} \cdot 100\% = 20\%$ e 2004/2003:
$\frac{260 - 240}{240} \cdot 100\% \cong 8,3\%$.
Desse modo, a média desses reajustes é
$\overline{p} = \frac{20 + 8,3}{2} = 14,15\%$.
Por conseguinte, o novo reajuste deverá ocorrer em fevereiro de 2010 e o valor previsto para o novo salário é $1,1415 \cdot 465 \cong \text{R\$ } 530,80$.

Resposta da questão 5:
[D]

Calculando o IGP-M no primeiro trimestre de 2010, obtemos:

a) Mar/2010:
$0,6 \cdot 1,07 + 0,3 \cdot 0,83 + 0,1 \cdot 0,45 \cong 0,94\%$;
b) Fev/2010:
$0,6 \cdot 1,42 + 0,3 \cdot 0,88 + 0,1 \cdot 0,35 \cong 1,15\%$;
c) Jan/2010:
$0,6 \cdot 0,51 + 0,3 \cdot 1,00 + 0,1 \cdot 0,52 \cong 0,66\%$.

Portanto, o maior IGP-M no primeiro trimestre de 2010 foi, aproximadamente, $1,15\%$.

Resposta da questão 6:
[D]

Investimentos do Brasil =
$\frac{367 + 357 + 354 + 539 + 280}{5} \approx 379$
Investimentos da França =
$\frac{825 + 485 + 1458 + 744 + 1214}{5} \approx 945$
Diferença = 945 - 379 = 566

Resposta da questão 7:
[B]

$$\frac{100.1000 + 100.1500 + 100.2500 + 100.5000 + 600.17000}{100 + 100 + 100 + 100 + 600} = 11200\ Litr$$

Resposta da questão 8:
[B]

Por mês: $\frac{523 \cdot 10^6}{12}$ de reais

Por trabalhador: $\frac{\frac{523,10^6}{12}}{18 \cdot 10^4} \approx 242,00$

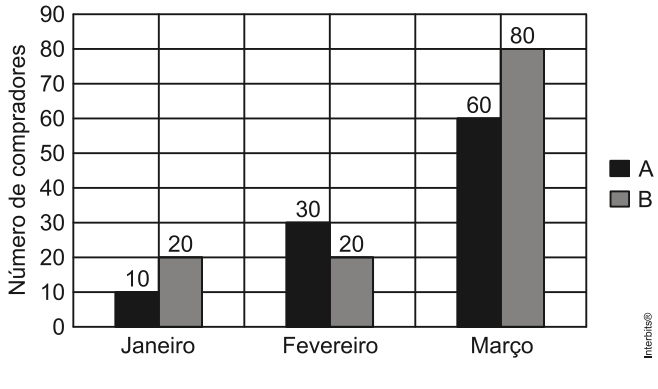
Probabilidade

1. (Enem 2013) Uma fábrica de parafusos possui duas máquinas, I e II, para a produção de certo tipo de parafuso. Em setembro, a máquina I produziu $\frac{54}{100}$ do total de parafusos produzidos pela fábrica. Dos parafusos produzidos por essa máquina, $\frac{25}{1000}$ eram defeituosos. Por sua vez, $\frac{38}{1000}$ dos parafusos produzidos no mesmo mês pela máquina II eram defeituosos.
O desempenho conjunto das duas máquinas é classificado conforme o quadro, em que P indica a probabilidade de um parafuso escolhido ao acaso ser defeituoso.

$0 \le P < \frac{2}{100}$	Excelente
$\frac{2}{100} \le P < \frac{4}{100}$	Bom
$\frac{4}{100} \le P < \frac{6}{100}$	Regular
$\frac{6}{100} \le P < \frac{8}{100}$	Ruim
$\frac{8}{100} \le P \le 1$	Péssimo

O desempenho conjunto dessas máquinas, em setembro, pode ser classificado como
a) excelente.
b) bom.
c) regular.
d) ruim.
e) péssimo.

2. (Enem 2013) Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, A e B, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:



A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto A e outro brinde entre os compradores do produto B.

Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?
a) $\frac{1}{20}$
b) $\frac{3}{242}$
c) $\frac{5}{22}$
d) $\frac{6}{25}$
e) $\frac{7}{15}$

3. (Enem 2013) Numa escola com 1200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento desses em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol.
Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas.

Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês, qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?
a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{5}{8}$
c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{5}{6}$
e) $\frac{5}{14}$

4. (Enem 2012) Em um jogo há duas urnas com 10 bolas de mesmo tamanho em cada uma. A tabela a seguir indica as quantidades de bolas de cada cor em cada urna.

Cor	Urna 1	Urna 2
Amarela	4	0
Azul	3	1
Branca	2	2
Verde	1	3
Vermelha	0	4

Uma jogada consiste em:

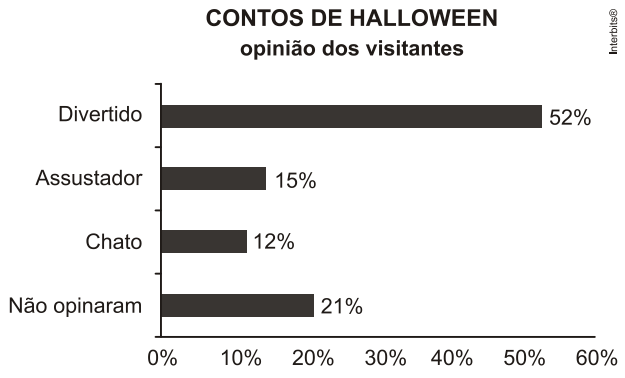
1º) o jogador apresenta um palpite sobre a cor da bola que será retirada por ele da urna 2;
2º) ele retira, aleatoriamente, uma bola da urna 1 e a coloca na urna 2, misturando-a com as que lá estão;
3º) em seguida ele retira, também aleatoriamente, uma bola

da urna 2;
4º) se a cor da última bolsa retirada for a mesma do palpite inicial, ele ganha o jogo.

Qual cor deve ser escolhida pelo jogador para que ele tenha a maior probabilidade de ganhar?
a) Azul
b) Amarela
c) Branca
d) Verde
e) Vermelha

5. (Enem 2012) José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente. José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Já Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8.
Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é
a) Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.
b) José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.
c) José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.
d) José, já que ha 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.
e) Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

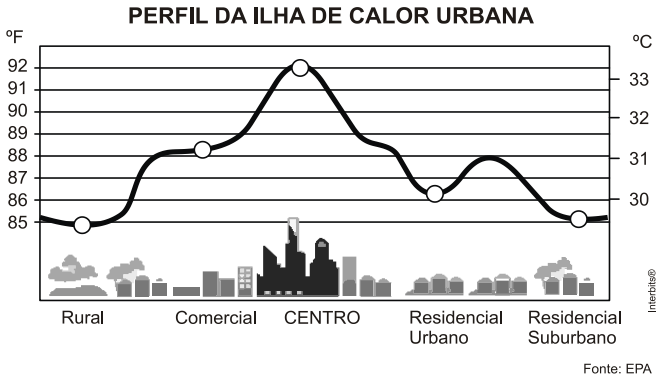
6. (Enem 2012) Em um *blog* de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados "Contos de Halloween". Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas reações em "Divertido", "Assustador" ou "Chato". Ao final de uma semana, o *blog* registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem.
O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete.



O administrador do *blog* irá sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem "Contos de Halloween".

Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto "Contos de Halloween" é "Chato" é mais aproximada por
a) 0,09.
b) 0,12.
c) 0,14.
d) 0,15.
e) 0,18.

7. (Enem 2011) Rafael mora no Centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das "ilhas de calor" da região, que deveriam ser inferiores a 31°C. Tais temperaturas são apresentadas no gráfico:



Fonte: EPA

Escolhendo, aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas é
a) $\frac{1}{5}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{2}{5}$
d) $\frac{3}{5}$
e) $\frac{3}{4}$

8. (Enem 2011) Todo o país passa pela primeira fase de campanha de vacinação contra a gripe suma (HIN1). Segundo um médico infectologista do Instituto Emilio Ribas, de São Paulo, a imunização "deve mudar", no país, a história da epidemia. Com a vacina, de acordo com ele, o Brasil tem a chance de barrar uma tendência do crescimento da doença, que já matou 17 mil no mundo. A tabela apresenta dados específicos de um único posto de vacinação.

Campanha de vacinação contra a gripe suína

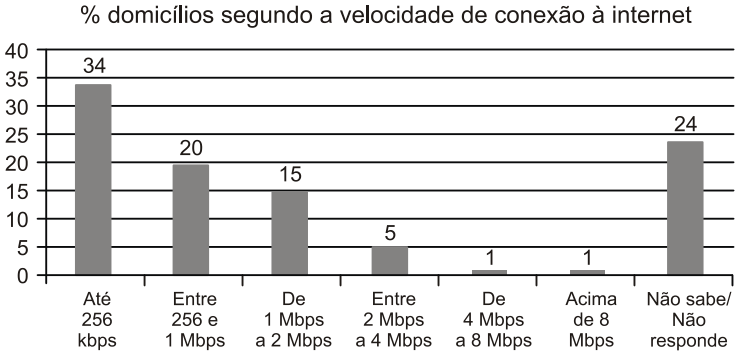
Datas da vacinação	Público-alvo	Quantidade de pessoas vacinadas
8 a 19 de março	Trabalhadores da saúde e indígenas	42
22 de março a 2 de abril	Portadores de doenças crônicas	22
5 a 23 de abril	Adultos saudáveis entre 20 e 29 anos	56
24 de abril a 7 de maio	População com mais de 60 anos	30
10 a 21 de maio	Adultos saudáveis entre 30 e 39 anos	50

Disponível em: http://img.terra.com.br. Acesso em 26 abr. 2010 (adaptado).

Escolhendo-se aleatoriamente uma pessoa atendida nesse posto de vacinação, a probabilidade de ela ser portadora de doença crônica é
a) 8%.
b) 9%.
c) 11%.
d) 12%.
e) 22%.

9. (Enem 2011) Em um jogo disputado em uma mesa de sinuca, há 16 bolas: 1 branca e 15 coloridas, as quais, de acordo com a coloração, valem de 1 a 15 pontos (um valor para cada bola colorida).
O jogador acerta o taco na bola branca de forma que esta acerte as outras, com o objetivo de acertar duas das quinze bolas em quaisquer caçapas. Os valores dessas duas bolas são somados e devem resultar em um valor escolhido pelo jogador antes do início da jogada.
Arthur, Bernardo e Caio escolhem os números 12, 17 e 22 como sendo resultados de suas respectivas somas.
Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de ganhar o jogo é
a) Arthur, pois a soma que escolheu é a menor.
b) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 4 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.
c) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.
d) Caio, pois há 10 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 8 possibilidades para a escolha de Bernardo.
e) Caio, pois a soma que escolheu é a maior.

10. (Enem 2011) O gráfico mostra a velocidade de conexão à internet utilizada em domicílios no Brasil. Esses dados são resultado da mais recente pesquisa, de 2009, realizada pelo Comitê Gestor da Internet (CGI).



Disponível em: http://agencia.ipea.gov.br. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Escolhendo-se, aleatoriamente, um domicílio pesquisado, qual a chance de haver banda larga de conexão de pelo menos 1 Mbps neste domicílio?
a) 0,45
b) 0,42
c) 0,30
d) 0,22
e) 0,15

11. (Enem 2010) O diretor de um colégio leu numa revista que os pés das mulheres estavam aumentando. Há alguns anos, a média do tamanho dos calçados das mulheres era de 35,5 e, hoje, é de 37,0. Embora não fosse uma informação científica, ele ficou curioso e fez uma pesquisa com as funcionárias do seu colégio, obtendo o quadro a seguir:

TAMANHO DOS CALÇADOS	NUMERO DE FUNCIONÁRIAS
39,0	1
38,0	10
37,0	3
36,0	5
35,0	6

Escolhendo uma funcionária ao acaso e sabendo que ela tem calcado maior que 36,0, a probabilidade de ela calçar 38,0 é
a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{1}{5}$

c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{5}{7}$

e) $\frac{5}{14}$

12. (Enem 2ª aplicação 2010) Grandes times nacionais e internacionais utilizam dados estatísticos para a definição do time que sairá jogando numa partida. Por exemplo, nos últimos treinos, dos chutes a gol feito pelo jogador I, ele converteu 45 chutes em gol. Enquanto isso, o jogador II acertou 50 gols. Quem deve ser selecionado para estar no time no próximo jogo, já que os dois jogam na mesma posição?
A decisão parece simples, porém deve-se levar em conta quantos chutes a gol cada um teve oportunidade de executar. Se o jogador I chutou 60 bolas a gol e o jogador II chutou 75, quem deveria ser escolhido?

a) O jogador I, porque acertou $\frac{3}{4}$ dos chutes, enquanto o jogador II acertou $\frac{2}{3}$ dos chutes.

b) O jogador I, porque acertou $\frac{4}{3}$ dos chutes, enquanto o jogador II acertou $\frac{2}{3}$ dos chutes.

c) O jogador I, porque acertou $\frac{3}{4}$ dos chutes, enquanto o jogador II acertou $\frac{3}{2}$ dos chutes.

d) O jogador I, porque acertou $\frac{12}{25}$ dos chutes, enquanto o jogador II acertou $\frac{2}{3}$ dos chutes.

e) O jogador I, porque acertou $\frac{9}{25}$ dos chutes, enquanto o jogador II acertou $\frac{2}{5}$ dos chutes.

13. (Enem 2ª aplicação 2010) Um experimento foi conduzido com o objetivo de avaliar o poder germinativo de duas culturas de cebola, conforme a tabela.

Germinação de sementes de duas culturas de cebola

Culturas	Germinação		TOTAL
	Germinaram	Não Germinaram	
A	392	8	400
B	381	19	400
TOTAL	773	27	800

BUSSAB, W. O; MORETIN, L. G. *Estatística para as ciências agrárias e biológicas* (adaptado).

Desejando-se fazer uma avaliação do poder germinativo de uma das culturas de cebola, uma amostra foi retirada ao acaso. Sabendo-se que a amostra escolhida germinou, a probabilidade de essa amostra pertencer à Cultura A é de

a) $\frac{8}{27}$

b) $\frac{19}{27}$

c) $\frac{381}{773}$

d) $\frac{392}{773}$

e) $\frac{392}{800}$

14. (Enem 2010) A figura I abaixo mostra um esquema das principais vias que interligam a cidade A com a cidade B. Cada número indicado na figura II representa a probabilidade de pegar um engarrafamento quando se passa na via indicada,
Assim, há uma probabilidade de 30% de se pegar engarrafamento no deslocamento do ponto C ao o ponto B, passando pela estrada E4, e de 50%, quando se passa por E3. Essas probabilidades são independentes umas das outras.

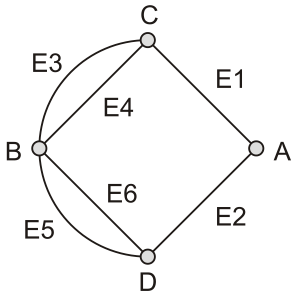


Figura I

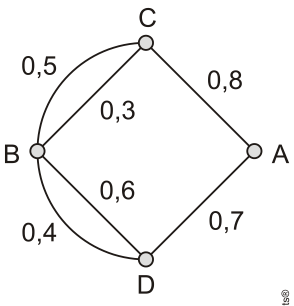


Figura II

Interbits®

Paula deseja se deslocar da cidade A para a cidade B usando exatamente duas das vias indicadas, percorrendo um trajeto com a menor probabilidade de engarrafamento possível.

O melhor trajeto para Paula é
a) E1E3.
b) E1E4.
c) E2E4.
d) E2E5.
e) E2E6.

15. (Enem 2ª aplicação 2010) Em uma reserva florestal existem 263 espécies de peixes, 122 espécies de mamíferos, 93 espécies de répteis, 1 132 espécies de borboletas e 656 espécies de aves.

Disponível em: http:www.wwf.org.br. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

Se uma espécie animal for capturada ao acaso, qual a probabilidade de ser uma borboleta?
a) 63,31%
b) 60,18%
c) 56,52%
d) 49,96%
e) 43,27%

16. (Enem 2ª aplicação 2010) Os estilos musicais preferidos pelos jovens brasileiros são o samba, o *rock* e a MPB. O quadro a seguir registra o resultado de uma pesquisa relativa à preferência musical de um grupo de 1 000 alunos de uma escola.
Alguns alunos disseram não ter preferência por nenhum desses três estilos.

Preferência musical	*rock*	samba	MPB	*rock* e samba
número de alunos	200	180	200	70

Preferência musical	*rock* e MPB	samba e MPB	*rock*, samba e MPB
número de alunos	60	50	20

Se for selecionado ao acaso um estudante no grupo pesquisado, qual é a probabilidade de ele preferir somente MPB?
a) 2%
b) 5%
c) 6%
d) 11%
e) 20%

17. (Enem 2ª aplicação 2010) Para verificar e analisar o grau de eficiência de um teste que poderia ajudar no retrocesso de uma doença numa comunidade, uma equipe de biólogos aplicou-o em um grupo de 500 ratos, para detectar a presença dessa doença. Porém, o teste não é totalmente eficaz podendo existir ratos saudáveis com resultado positivo e ratos doentes com resultado negativo. Sabe-se, ainda, que 100 ratos possuem a doença, 20 ratos são saudáveis com resultado positivo e 40 ratos são doentes com resultado negativo.
Um rato foi escolhido ao acaso, e verificou-se que o seu resultado deu negativo. A probabilidade de esse rato ser saudável é
a) $\frac{1}{5}$
b) $\frac{4}{5}$
c) $\frac{19}{21}$
d) $\frac{19}{25}$
e) $\frac{21}{25}$

18. (Enem 2009) O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?
a) $2 \times (0{,}2\%)^4$.
b) $4 \times (0{,}2\%)^2$.
c) $6 \times (0{,}2\%)^2 \times (99{,}8\%)^2$.
d) $4 \times (0{,}2\%)$.
e) $6 \times (0{,}2\%) \times (99{,}8\%)$.

19. (Enem cancelado 2009) Dados do Instituto de Pesquisas Econômicas Aplicadas (IPEA) revelaram que no biênio 2004/2005, nas rodovias federais, os atropelamentos com morte ocuparam o segundo lugar no ranking de mortalidade por acidente.
A cada 34 atropelamentos, ocorreram 10 mortes. Cerca de 4 mil atropelamentos/ano, um a cada duas horas, aproximadamente.

Disponível em: http://www.ipea.gov.br. Acesso em: 6 jan. 2009.

De acordo com os dados, se for escolhido aleatoriamente para investigação mais detalhada um dos atropelamentos ocorridos no biênio 2004/2005, a probabilidade de ter sido um atropelamento sem morte é
a) $\frac{2}{17}$
b) $\frac{5}{17}$
c) $\frac{2}{5}$
d) $\frac{3}{5}$
e) $\frac{12}{17}$

20. (Enem cancelado 2009) No quadro seguinte, são informados os turnos em que foram eleitos os prefeitos das capitais de todos os estados brasileiros em 2004.

	cidade	turno
1	Aracaju (SE)	1º
2	Belém (PA)	2º
3	Belo Horizonte (MG)	1º
4	Boa Vista (RR)	1º
5	Campo Grande (MS)	1º
6	Cuiabá (MT)	2º
7	Curitiba (PR)	2º
8	Florianópolis (SC)	2º
9	Fortaleza (CE)	2º
10	Goiânia (GO)	2º
11	João Pessoa (PB)	1º
12	Macapá (AP)	1º
13	Maceió (AL)	2º

	cidade	turno
14	Manaus (AM)	2º
15	Natal (RN)	2º
16	Palmas (TO)	1º
17	Porto Alegre (RS)	2º
18	Porto Velho (RO)	2º
19	Recife (PE)	1º
20	Rio Branco (AC)	1º
21	Rio de Janeiro (RJ)	1º
22	Salvador (BA)	2º
23	São Luís (MA)	1º
24	São Paulo (SP)	2º
25	Terezina (PI)	2º
26	Vitória (ES)	2º

Fonte: TSE. *Almanaque ABRIL:* Brasil 2005. São Paulo: Abril, 2005.

Na região Norte, a frequência relativa de eleição dos prefeitos no 2º turno foi, aproximadamente,
a) 42,86%.
b) 44,44%.
c) 50,00%.
d) 57,14%.
e) 57,69%.

21. (Enem 2009) Um médico está estudando um novo medicamento que combate um tipo de câncer em estágios avançados. Porém, devido ao forte efeito dos seus componentes, a cada dose administrada há uma chance de 10% de que o paciente sofra algum dos efeitos colaterais observados no estudo, tais como dores de cabeça, vômitos ou mesmo agravamento dos sintomas da doença. O médico oferece tratamentos compostos por 3, 4, 6, 8 ou 10 doses do medicamento, de acordo com o risco que o paciente pretende assumir.

Se um paciente considera aceitável um risco de até 35% de chances de que ocorra algum dos efeitos colaterais durante o tratamento, qual é o maior número admissível de doses para esse paciente?

a) 3 doses.
b) 4 doses.
c) 6 doses.
d) 8 doses.
e) 10 doses.

22. (Enem cancelado 2009) Em um determinado semáforo, as luzes completam um ciclo de verde, amarelo e vermelho em 1 minuto e 40 segundos. Desse tempo, 25 segundos são para a luz verde, 5 segundos para a amarela e 70 segundos para a vermelha. Ao se aproximar do semáforo, um veículo tem uma determinada probabilidade de encontrá-lo na luz verde, amarela ou vermelha. Se essa aproximação for de forma aleatória, pode-se admitir que a probabilidade de encontrá-lo com uma dessas cores é diretamente proporcional ao tempo em que cada uma delas fica acesa. Suponha que um motorista passa por um semáforo duas vezes ao dia, de maneira aleatória e independente uma da outra. Qual é a probabilidade de o motorista encontrar esse semáforo com a luz verde acesa nas duas vezes em que passar?

a) $\frac{1}{25}$
b) $\frac{1}{16}$
c) $\frac{1}{9}$
d) $\frac{1}{3}$
e) $\frac{1}{2}$

23. (Enem cancelado 2009) Um casal decidiu que vai ter 3 filhos. Contudo, quer exatamente 2 filhos homens e decide que, se a probabilidade fosse inferior a 50%, iria procurar uma clínica para fazer um tratamento específico para garantir que teria os dois filhos homens.
Após os cálculos, o casal concluiu que a probabilidade de ter exatamente 2 filhos homens é
a) 66,7%, assim ele não precisará fazer um tratamento.
b) 50%, assim ele não precisará fazer um tratamento.

c) 7,5%, assim ele não precisará fazer um tratamento.
d) 25%, assim ele precisará procurar uma clínica para fazer um tratamento.
e) 37,5%, assim ele precisará procurar uma clínica para fazer um tratamento.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[B]

A probabilidade de um parafuso escolhido ao acaso ser defeituoso é dada por

$$\begin{aligned} P &= P(\text{A e defeituoso}) + P(\text{B e defeituoso}) \\ &= \frac{54}{100}\cdot\frac{25}{1000} + \left(1-\frac{54}{100}\right)\cdot\frac{38}{1000} \\ &= \frac{3,098}{100}. \end{aligned}$$

Daí, como $\frac{2}{100} \leq \frac{3,098}{100} < \frac{4}{100}$, segue-se que o desempenho conjunto dessas máquinas pode ser classificado como Bom.

Resposta da questão 2:
[A]

Nos três meses considerados o número de compradores do produto A foi $10+30+60=100$, e o número de compradores do produto B, $20+20+80=120$. Logo, como no mês de fevereiro 30 pessoas compraram o produto A, e 20 pessoas compraram o produto B, segue-se que a probabilidade pedida é igual a $\frac{30}{100}\cdot\frac{20}{120}=\frac{1}{20}$.

Resposta da questão 3:
[A]

Sejam U, I e E, respectivamente, o conjunto universo, o conjunto dos alunos que falam inglês e o conjunto dos alunos que falam espanhol.

Queremos calcular $P(E \mid \overline{I})$.

Sabendo que $n(U)=1200, n(I)=600, n(E)=500$ e $n(\overline{I \cup E})=300$, temos

$$n(I \cup E) = n(U) - n(\overline{I \cup E}) = 1200 - 300 = 900.$$

Além disso, pelo Princípio da Inclusão-Exclusão, obtemos

$$\begin{aligned} n(I \cup E) = n(I) + n(E) - n(I \cap E) &\Leftrightarrow 900 = 600 + 500 - n(I \cap E) \\ &\Leftrightarrow n(I \cap E) = 200. \end{aligned}$$

Portanto,

$$\begin{aligned} P(E \mid \overline{I}) &= \frac{n(E \cap \overline{I})}{n(\overline{I})} \\ &= \frac{n(E-I)}{n(E-I) + n(\overline{I \cup E})} \\ &= \frac{300}{300+300} \\ &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Resposta da questão 4:
[E]

As cores que podem ficar com o maior número de bolas, após o procedimento de retirada e depósito, são a verde (3 ou 4) e a vermelha (4).
Portanto, como a probabilidade de retirar uma bola verde da urna 2 é

$$\frac{9}{10}\cdot\frac{3}{11}+\frac{1}{10}\cdot\frac{4}{11}=\frac{31}{110},$$

e a probabilidade de retirar uma bola vermelha da urna 2 é

$$\frac{10}{10}\cdot\frac{4}{11}=\frac{40}{110},$$

segue que o jogador deve escolher a cor vermelha.

Resposta da questão 5:
[D]

Resultados que darão a vitória a José: {(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)}.

Resultados que darão a vitória a Paulo: {(1.3), (2,2), (3,1)}.

Resultados que darão a vitória a Antônio: {(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)}.

Resposta: José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.

Resposta da questão 6:
[D]

$$P = \frac{12}{52+15+12} = \frac{12}{79} \simeq 0,152 \simeq 0,15.$$

Resposta da questão 7:
[E]

O espaço amostral da escolha de Rafael terá 4 elementos e sua escolha, de acordo com as condições do problema, poderá ser Rural, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. Logo, a probabilidade será:

$P = \frac{3}{4}$.

Resposta da questão 8:
[C]

$$P = \frac{22}{42 + 22 + 56 + 30 + 50} = \frac{22}{200} = \frac{11}{100} = 11\%$$

Resposta da questão 9:
[C]

Possíveis resultados para:

Arthur: {(1,11); (2,10); (3,9); (4,8); (5,7)} (5 possibilidades);

Bernardo: {(2,15); (3,14); (4,13); (5,12); (6,11); (7,10);(8,9)} (7 possibilidades);

Caio: {(7,15); (8,14); (9,13); (10,12)} (4 possibilidades);

Portanto, Bernardo apresenta mais chances de vencer.

Resposta da questão 10:
[D]

Considerando que as pessoas que não sabem e que não respondem não tenham banda larga acima de Mbps, temos:

$$P = \frac{15 + 5 + 1 + 1}{34 + 20 + 15 + 5 + 1 + 1 + 24} = \frac{22}{100} = 22\%$$

Resposta da questão 11:
[D]

$$P = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

Resposta da questão 12:
[A]
O jogador I converte chutes em gol com probabilidade $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$, enquanto que o jogador II converte chutes em gol com probabilidade $\frac{50}{75} = \frac{2}{3}$.

Portanto, como $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$, o jogador I deve ser escolhido para iniciar a partida.

Resposta da questão 13:
[D]

Sejam os eventos A: "amostra pertence à cultura A" e B: "amostra escolhida germinou".
Queremos calcular a probabilidade condicional $P(A \mid B)$.

Portanto, de acordo com os dados da tabela, temos que

$$P(A \mid B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{392}{773}.$$

Resposta da questão 14:
[D]

Probabilidade de congestionamento = 1 – probabilidade de não haver congestionamento

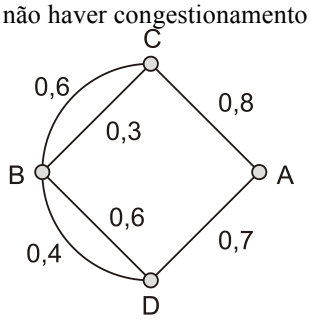
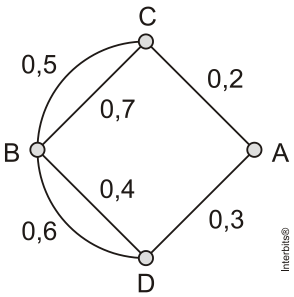


Figura II



sem congestionamento

E1E3 =1-0,2.0,5 = 0,9
E1E4 = 1 -0,2.0,7 = 0,86

E2E5 = 1 – 0,3.0,6 = 0,82 (menor probabilidade)

$E2E_5$ = 1 – 0,3.0,4 = 0,88

O trajeto E2E4 não existe.

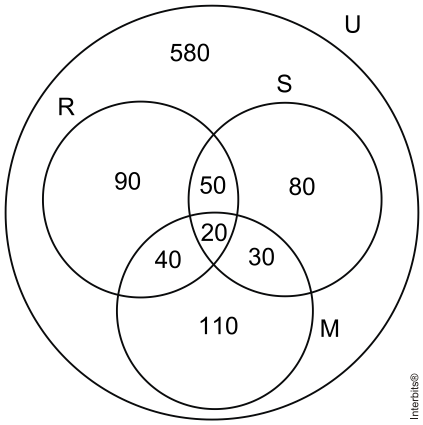
Resposta da questão 15:
[D]

O número total de espécies animais é dado por
$263 + 122 + 93 + 1132 + 656 = 2.266.$

Portanto, a probabilidade pedida é dada por
$\frac{1132}{2266} \cdot 100\% \cong 49{,}96\%.$

Resposta da questão 16:
[D]

De acordo com os dados da tabela, obtemos o seguinte diagrama.

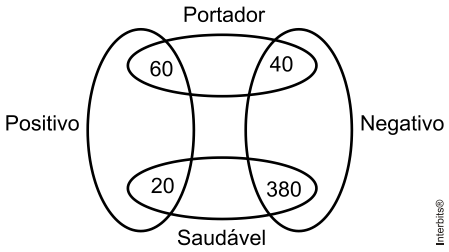


Portanto, a probabilidade de um estudante selecionado ao acaso preferir apenas MPB é dada por

$$\frac{110}{1000}\cdot 100\% = 11\%.$$

Resposta da questão 17:
[C]

Considere o diagrama abaixo.



Queremos calcular a probabilidade condicional:

$$P(\text{saudável} \mid \text{negativo}) = \frac{n(\text{saudável} \cap \text{negativo})}{n(\text{negativo})}.$$

Portanto, de acordo com o diagrama, temos que

$$P(\text{saudável} \mid \text{negativo}) = \frac{380}{380 + 40} = \frac{19}{21.}$$

Resposta da questão 18:
[C]

0,2% . 0,2% . 99,8% . 99,8% =

$P_4^{2,2}$. $(0,2\%)^2.(99,8\%)^2 = \frac{4!}{2!.2!}.(0,2\%)^2.(99,8\%)^2 = 6.$

$(0,2\%)^2.(99,8\%)^2$

Resposta da questão 19:
[E]

34 atropelamentos (10 com mortes e 24 sem mortes)

Logo P = 24/34 ⇔ P = 12/17

Resposta da questão 20:
[A]

Capitais da região norte:

Belém ---------- 2º turno
Boa Vista -------- 1º turno
Macapá ---------- 1º turno
Manaus ---------- 2º turno
Porto velho ----- 2º turno
Rio Branco ___1º turno
Palmas ---------- 1º turno

Frequência relativa = $\frac{3}{7} = 42,86\,\%$

Resposta da questão 21:
[B]

3 doses → $(1- 0,9^3).100\% = 27\%$
4 doses → $(1- 0,9^4).100\% = 34\%$
5 doses → $(1- 0,9^5).100\% = 41\%$

Resposta 4 doses.

Resposta da questão 22:
[B]

Verde: 25s
Amarelo: 5s
Vermelho: 70s
Total: 100s

Logo a probabilidade de se encontrar um sinal verde é 25/100 = ¼
Nas duas vezes que passar temos: (1/4).(1/4) = 1/16 (princípio multiplicativo)

Resposta da questão 23:
[E]

Os filhos poderão ser:
Homem, homem e mulher ou mulher, homem e homem ou homem, mulher e homem.

Logo a probabilidade será $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} =$

$\frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%$

Logaritmo e *Expônencial*

1. (Enem 2013) Em setembro de 1987, Goiânia foi palco do maior acidente radioativo ocorrido no Brasil, quando uma amostra de césio-137, removida de um aparelho de radioterapia abandonado, foi manipulada inadvertidamente por parte da população. A meia-vida de um material radioativo é o tempo necessário para que a massa desse material se reduza à metade. A meia-vida do césio-137 é 30 anos e a quantidade restante de massa de um material radioativo, após t anos, é calculada pela expressão $M(t) = A \cdot (2,7)^{kt}$, onde A é a massa inicial e k é uma constante negativa.

Considere 0,3 como aproximação para $\log_{10} 2$.

Qual o tempo necessário, em anos, para que uma quantidade de massa do césio-137 se reduza a 10% da quantidade inicial?
a) 27
b) 36
c) 50
d) 54
e) 100

2. (Enem 2011) A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_W), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_W e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_W = -10,7 + \frac{2}{3}\log_{10}(M_0)$$

Onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina.cm.
O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude $M_W = 7,3$.

U.S. GEOLOGICAL SURVEY, Historic Earthquakes. Disponível em: http://earthquake.usgs.gov. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).
U.S. GEOLOGICAL SURVEY. USGS Earthquake Magnitude Policy. Disponível em: http://earthquake.usgs.gov. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina.cm)?

a) $10^{-5,10}$
b) $10^{-0,73}$
c) $10^{12,00}$
d) $10^{21,65}$
e) $10^{27,00}$

3. (Enem cancelado 2009) No calendário utilizado atualmente, os anos são numerados em uma escala sem o zero, isto é, não existe o ano zero. A era cristã se inicia no ano 1 depois de Cristo (d.C.) e designa-se o ano anterior a esse como ano 1 antes de Cristo (a.C.). Por essa razão, o primeiro século ou intervalo de 100 anos da era cristã terminou no dia 31 de dezembro do ano 100 d.C., quando haviam decorrido os primeiros 100 anos após o início da era. O século II começou no dia 1 de janeiro do ano 101 d.C., e assim sucessivamente.
Como não existe o ano zero, o intervalo entre os anos 50 a.C. e 50 d.C., por exemplo, é de 100 anos. Outra forma de representar anos é utilizando-se números inteiros, como fazem os astrônomos. Para eles, o ano 1 a.C. corresponde ao ano 0, o ano 2 a.C. ao ano −1, e assim sucessivamente. Os anos depois de Cristo são representados pelos números inteiros positivos, fazendo corresponder o número 1 ao ano 1 d.C.

Considerando o intervalo de 3 a.C. a 2 d.C., o quadro que relaciona as duas contagens descritas no texto é:

a)

Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−1	0	1	2	3

b)

Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−2	−1	0	1	2

c)

Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−2	−1	1	2	3

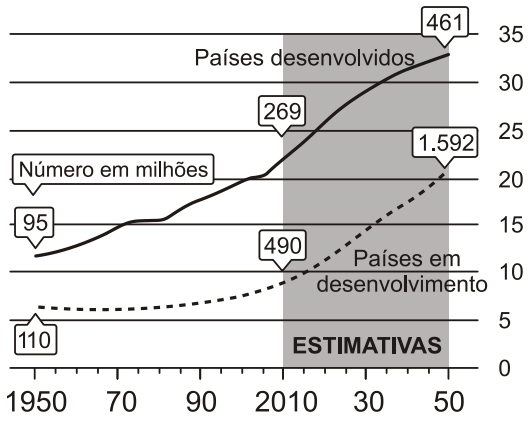
d)

Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−3	−2	−1	1	2

e)

Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−3	−2	−1	0	1

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.



Fonte: *Perspectivas da População Mundial*, ONU, 2009.
Disponível em: www.economist.com.
Acesso em: 9 jul. 2009 (adaptado).

4. (Enem 2009) Suponha que o modelo exponencial $y = 363\,e^{0,03x}$, em que $x = 0$ corresponde ao ano 2000, $x = 1$ corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e que y é a população em milhões de habitantes no ano x, seja usado para estimar essa população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando $e^{0,3} = 1,35$, estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre

a) 490 e 510 milhões.
b) 550 e 620 milhões.
c) 780 e 800 milhões.
d) 810 e 860 milhões.
e) 870 e 910 milhões.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[E]

Queremos calcular t para o qual se tem $M(t) = 0,1 \cdot A$.

Sabendo que a meia-vida do césio-137 é 30 anos, encontramos

$$M(30) = \frac{A}{2} \Leftrightarrow A \cdot (2,7)^{k \cdot 30} = \frac{A}{2}$$
$$\Leftrightarrow (2,7)^k = 2^{-\frac{1}{30}}.$$

Assim, tomando $0,3$ como aproximação para $\log_{10} 2$, vem

$$M(t) = 0,1 \cdot A \Leftrightarrow A \cdot [(2,7)^k]^t = 0,1 \cdot A$$
$$\Leftrightarrow \left(2^{-\frac{1}{30}}\right)^t = 10^{-1}$$
$$\Leftrightarrow \log 2^{-\frac{t}{30}} = \log 10^{-1}$$
$$\Leftrightarrow -\frac{t}{30} \cdot \log 2 = -1 \cdot \log 10$$
$$\Rightarrow -\frac{t}{30} \cdot 0,3 \cong -1$$
$$\Rightarrow t \cong 100,$$

ou seja, o resultado procurado é, aproximadamente, 100 anos.

Resposta da questão 2:
[E]

Fazendo M + w + = 7,3, temos:

$$7,3 = -10,7 + \frac{2}{3} \cdot \log_{10} M_o$$
$$18 = \frac{2}{3} \cdot \log_{10} M_o$$
$$27 = \log_{10} M_o$$
$$M_o = 10^{27}$$

Resposta da questão 3:
[B]

Adotando 0 para 1 a.C. temos a seguinte tabela como verdadeira.

Calendário atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−2	-1	0	1	2

Resposta da questão 4:
[E]

$y = 363.e^{0,03.30} \Leftrightarrow y = 363.e^{0,9}$ - $y = 363.(\ e^{0,3})^3 \Leftrightarrow y = 363.(1,35)^3 \approx 893$ $(870 < 893 < 910)$

Estatística

4. (Enem 2013) O índice de eficiência utilizado por um produtor de leite para qualificar suas vacas é dado pelo produto do tempo de lactação (em dias) pela produção média diária de leite (em kg), dividido pelo intervalo entre partos (em meses). Para esse produtor, a vaca é qualificada como eficiente quando esse índice é, no mínimo, 281 quilogramas por mês, mantendo sempre as mesmas condições de manejo (alimentação, vacinação e outros). Na comparação de duas ou mais vacas, a mais eficiente é a que tem maior índice.

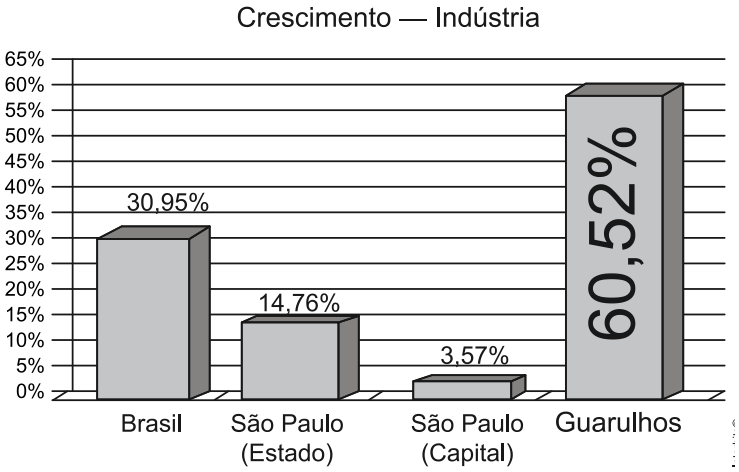
A tabela apresenta os dados coletados de cinco vacas:

Dados relativos à produção de vacas

Vaca	Tempo de lactação (em dias)	Produção média diária de leite (em kg)	Intervalo entre partos (em meses)
Malhada	360	12,0	15
Mamona	310	11,0	12
Maravilha	260	14,0	12
Mateira	310	13,0	13
Mimosa	270	12,0	11

Após a análise dos dados, o produtor avaliou que a vaca mais eficiente é a
a) Malhada.
b) Mamona.
c) Maravilha.
d) Mateira.
e) Mimosa.

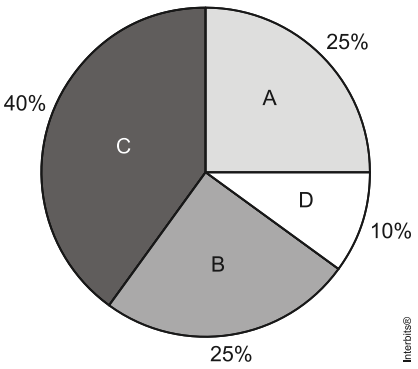
5. (Enem 2013) A cidade de Guarulhos (SP) tem o 8º PIB municipal do Brasil, além do maior aeroporto da América do Sul. Em proporção, possui a economia que mais cresce em indústrias, conforme mostra o gráfico.



Fonte: IBGE, 2002-2008 (adaptado)

Analisando os dados percentuais do gráfico, qual a diferença entre o maior e o menor centro em crescimento no polo das indústrias?
a) 75,28
b) 64,09
c) 56,95
d) 45,76
e) 30,07

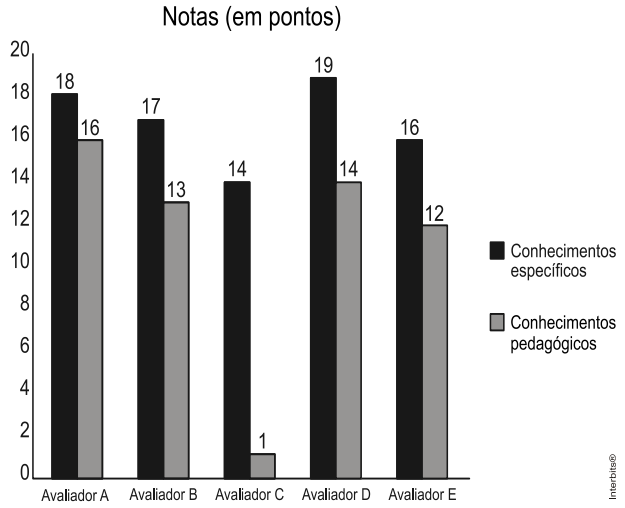
6. (Enem 2013) Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A = R$200,00; B = R$300,00; C = R$400,00 e D = R$600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade, é
a) 300,00.
b) 345,00.
c) 350,00.
d) 375,00.
e) 400,00.

7. (Enem 2013) As notas de um professor que participou de um processo seletivo, em que a banca avaliadora era

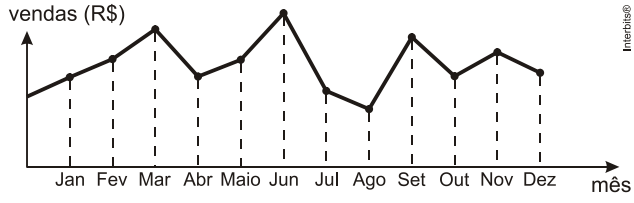
composta por cinco membros, são apresentadas no gráfico. Sabe-se que cada membro da banca atribui duas notas ao professor, uma relativa aos conhecimentos específicos da área de atuação e outra, aos conhecimentos pedagógicos, e que a média final do professor foi dada pela média aritmética de todas as notas atribuídas pela banca avaliadora.



Utilizando um novo critério, essa banca avaliadora resolveu descartar a maior e a menor notas atribuídas ao professor.

A nova média, em relação à média anterior, é
a) 0,25 ponto maior.
b) 1,00 ponto maior.
c) 1,00 ponto menor.
d) 1,25 ponto maior.
e) 2,00 pontos menor.

8. (Enem 2012) O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em Reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011.



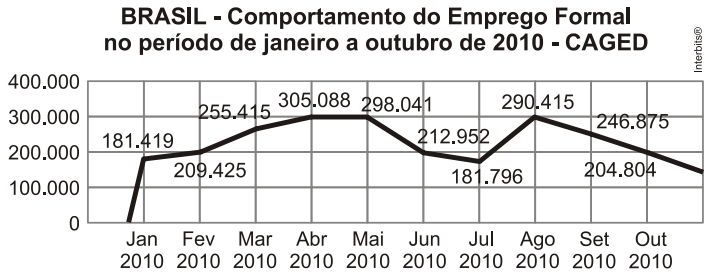
De acordo com o gráfico, os meses em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor venda absolutas em 2011 foram
a) março e abril.
b) março e agosto.
c) agosto e setembro.
d) junho e setembro.
e) junho e agosto.

9. (Enem 2012) Uma pesquisa realizada por estudantes da Faculdade de Estatística mostra, em horas por dia, como os jovens entre 12 e 18 anos gastam seu tempo, tanto durante a semana (de segunda-feira a sexta-feira), como no fim de semana (sábado e domingo). A seguinte tabela ilustra os resultados da pesquisa.

Rotina Juvenil	Durante a semana	No fim de semana
Assistir à televisão	3	3
Atividades domésticas	1	1
Atividades escolares	5	1
Atividades de lazer	2	4
Descanso, higiene e alimentação	10	12
Outras atividades	3	3

De acordo com esta pesquisa, quantas horas de seu tempo gasta um jovem entre 12 e 18 anos, na semana inteira (de segunda-feira a domingo), nas atividades escolares?
a) 20
b) 21
c) 24
d) 25
e) 27

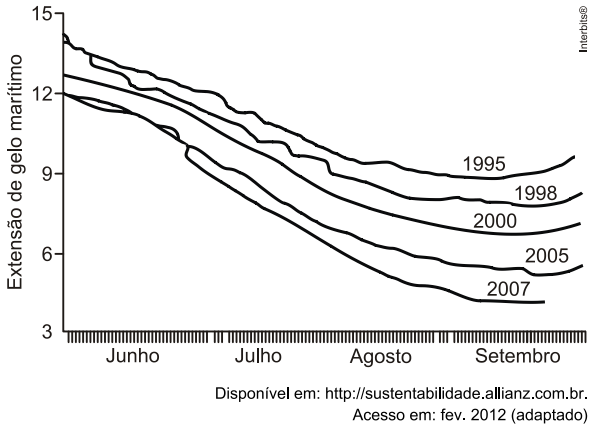
10. (Enem 2012) O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.



Disponível em: www.mte.gov.br. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado)

Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é
a) 212 952.
b) 229 913.
c) 240 621.
d) 255 496.
e) 298 041.

11. (Enem 2012) O gráfico mostra a variação da extensão média de gelo marítimo, em milhões de quilômetros quadrados, comparando dados dos anos 1995, 1998, 2000, 2005 e 2007. Os dados correspondem aos meses de junho a setembro. O Ártico começa a recobrar o gelo quando termina o verão, em meados de setembro. O gelo do mar atua como o sistema de resfriamento da Terra, refletindo quase toda a luz solar de volta ao espaço. Águas de oceanos escuros, por sua vez, absorvem a luz solar e reforçam o aquecimento do Ártico, ocasionando derretimento crescente do gelo.



Disponível em: http://sustentabilidade.allianz.com.br.
Acesso em: fev. 2012 (adaptado)

Com base no gráfico e nas informações do texto, é possível inferir que houve maior aquecimento global em
a) 1995.
b) 1998.
c) 2000.
d) 2005.
e) 2007.

12. (Enem 2012) Um produtor de café irrigado em Minas Gerais recebeu um relatório de consultoria estatística, constando, entre outras informações, o desvio padrão das produções de uma safra dos talhões de suas propriedades. Os talhões têm a mesma área de 30 000 m^2 e o valor obtido para o desvio padrão foi de 90 kg/talhão. O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de 60 kg por hectare (10 000 m^2).
A variância das produções dos talhões expressa em $(\text{sacas/hectare})^2$ é
a) 20,25.
b) 4,50.
c) 0,71.
d) 0,50.
e) 0,25.

13. (Enem 2011) A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_W), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_W e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_W = -10{,}7 + \frac{2}{3}\log_{10}(M_0)$$

Onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina.cm.
O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude $M_W = 7{,}3$.

U.S. GEOLOGICAL SURVEY, Historic Earthquakes. Disponível em: http://earthquake.usgs.gov. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).
U.S. GEOLOGICAL SURVEY. USGS Earthquake Magnitude Policy. Disponível em: http://earthquake.usgs.gov. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina.cm)?
a) $10^{-5{,}10}$
b) $10^{-0{,}73}$
c) $10^{12{,}00}$
d) $10^{21{,}65}$
e) $10^{27{,}00}$

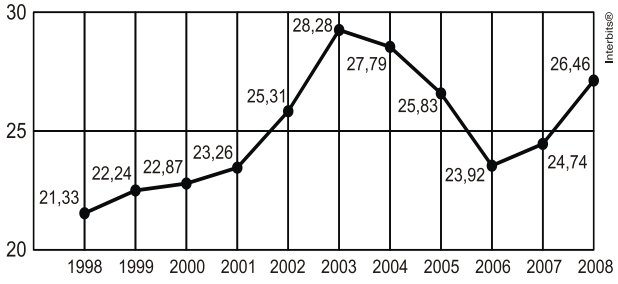
14. (Enem 2011) Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos.
As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em ºC)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5

11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a
a) 17°C,17°C e 13,5°C
b) 17°C,18°C e 13,5°C
c) 17°C,135°C e 18°C
d) 17°C,18°C e 21,5°C.
e) 17°C, 13,5°C e 21,5°C.

15. (Enem 2011) O termo agronegócio não se refere apenas à agricultura e à pecuária, pois as atividades ligadas a essa produção incluem fornecedores de equipamentos, serviços para a zona rural, industrialização e comercialização dos produtos.
O gráfico seguinte mostra a participação percentual do agronegócio no PIB brasileiro:



Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). **Almanaque abril 2010.** São Paulo: Abril, ano 36 (adaptado).

Esse gráfico foi usado em uma palestra na qual o orador ressaltou uma queda da participação do agronegócio no PIB brasileiro e a posterior recuperação dessa participação, em termos percentuais.
Segundo o gráfico, o período de queda ocorreu entre os anos de
a) 1998 e 2001.
b) 2001 e 2003.
c) 2003 e 2006.
d) 2003 e 2007.
e) 2003 e 2008.

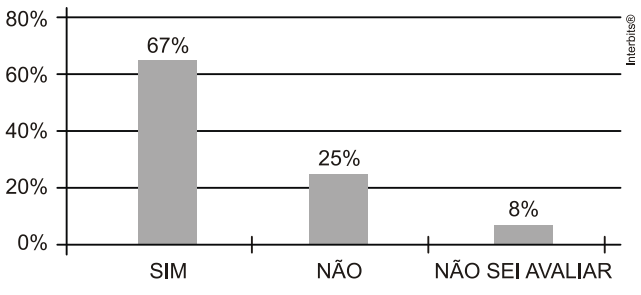
16. (Enem 2011) A tabela compara o consumo mensal, em kWh, dos consumidores residenciais e dos de baixa renda, antes e depois da redução da tarifa de energia no estado de Pernambuco.

Como fica a tarifa?			
Residencial			
Consumo mensal (kWh)	**Antes**	**Depois**	**Economia**
140	R$ 71,04	R$ 64,75	R$ 6,29
185	R$ 93,87	R$ 85,56	R$ 8,32
350	R$ 177,60	R$ 161,86	R$ 15,74
500	R$ 253,72	R$ 231,24	R$ 22,48
Baixa renda			
Consumo mensal (kWh)	**Antes**	**Depois**	**Economia**
30	R$ 3,80	R$ 3,35	R$ 0,45
65	R$ 11,53	R$ 10,04	R$ 1,49
80	R$ 14,84	R$ 12,90	R$ 1,94
100	R$ 19,31	R$ 16,73	R$ 2,59
140	R$ 32,72	R$ 28,20	R$ 4,53
			Fonte: Celpe

*Diário de Pernambuco.*28 abr. 2010 (adaptado).

Considere dois consumidores: um que é de baixa renda e gastou 110 kWh e outro do tipo residencial que gastou 185 kWh. A diferença entre o gasto desses consumidores com 1 kWh, depois da redução da tarifa de energia, mais aproximada, é de
a) R$ 0,27 .
b) R$ 0,29 .
c) R$ 0,32 .
d) R$ 0,34 .
e) R$ 0,61.

17. (Enem 2011) Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



Época. Ed. 619, 29 mar. 2010 (adaptado).

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam "Não" à enquete?
a) Menos de 23.
b) Mais de 23 e menos de 25.
c) Mais de 50 e menos de 75.
d) Mais de 100 e menos de 190.
e) Mais de 200.

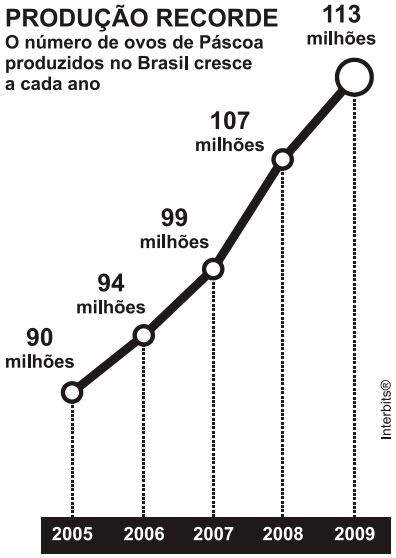
18. (Enem 2010) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para a classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.

Dados dos candidatos no concurso

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é
a) Marco, pois a média e a mediana são iguais.
b) Marco, pois obteve menor desvio padrão.
c) Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português
d) Paulo, pois obteve maior mediana.
e) Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

19. (Enem 2010) Para conseguir chegar a um numero recorde de produção de ovos de Páscoa, as empresas brasileiras começam a se planejar para esse período com um ano de antecedência.
O gráfico a seguir mostra o número de ovos de Páscoa produzidos no Brasil no período de 2005 a 2009.



Revista Veja. São Paulo: Abril, ed. 2107, nº 14, ano 42.

De acordo com o gráfico, o biênio que apresentou maior produção acumulada foi
a) 2004-2005.
b) 2005-2006.
c) 2006-2007.
d) 2007-2008.
e) 2008-2009.

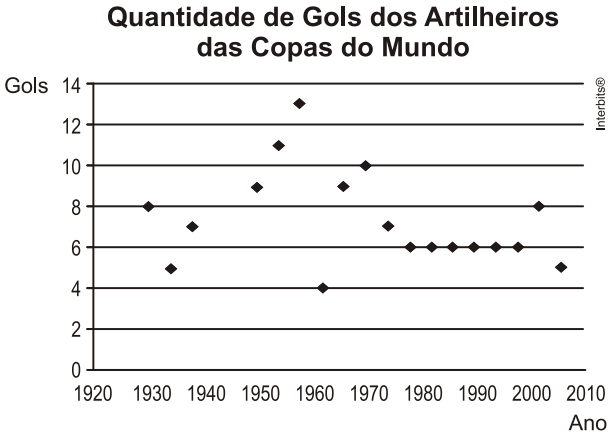
20. (Enem 2ª aplicação 2010) Em uma corrida de regularidade, a equipe campeã é aquela em que o tempo dos participantes mais se aproxima do tempo fornecido pelos organizadores em cada etapa. Um campeonato foi organizado em 5 etapas, e o tempo médio de prova indicado pelos organizadores foi de 45 minutos por prova. No quadro, estão representados os dados estatísticos das cinco equipes mais bem classificadas

Dados estatísticos das equipes mais bem classificadas (em minutos)

Equipes	Média	Moda	Desvio-Padrão
Equipe I	45	40	5
Equipe II	45	41	4
Equipe III	45	44	1
Equipe IV	45	44	3
Equipe V	45	47	2

Utilizando os dados estatísticos do quadro, a campeã foi a equipe
a) I.
b) II.
c) III.
d) IV.
e) V.

21. (Enem 2010) O gráfico apresenta a quantidade de gols marcados pelos artilheiros das Copas do Mundo desde a Copa de 1930 até a de 2006.



Disponivel em: http://www.suapesquisa.com. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

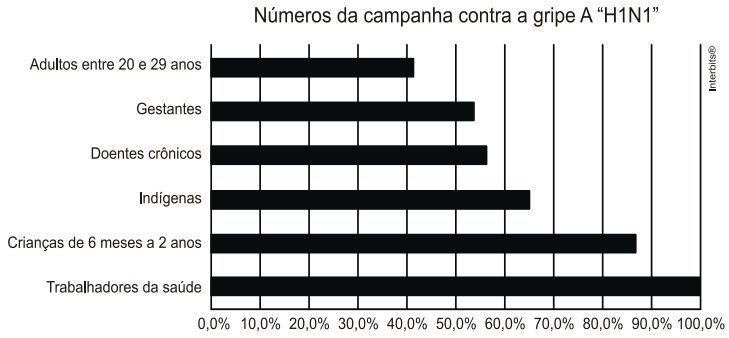
A partir dos dados apresentados, qual a mediana das quantidades de gols marcados pelos artilheiros das Copas do Mundo?
a) 6 gols
b) 6,5 gols
c) 7gols
d) 7,3 gols
e) 8,5 gols

22. (Enem 2010) O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no ultimo campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Se X, Y e Z são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então
a) X = Y < Z.
b) Z < X = Y.
c) Y < Z < X.
d) Z < X < Y.
e) Z < Y < X.

23. (Enem 2ª aplicação 2010) O gráfico expõe alguns números da gripe A-H1N1. Entre as categorias que estão em processo de imunização, uma já está completamente imunizada, a dos trabalhadores da saúde.



Época. 26 de abr. 2010 (adaptado).

De acordo com o gráfico, entre as demais categorias, a que está mais exposta ao vírus da gripe A-H1N1 é a categoria de
a) indígenas.
b) gestantes.
c) doentes crônicos.
d) adultos entre 20 e 29 anos.
e) crianças de 6 meses a 2 anos.

24. (Enem cancelado 2009) No calendário utilizado atualmente, os anos são numerados em uma escala sem o zero, isto é, não existe o ano zero. A era cristã se inicia no ano 1 depois de Cristo (d.C.) e designa-se o ano anterior a esse como ano 1 antes de Cristo (a.C.). Por essa razão, o primeiro século ou intervalo de 100 anos da era cristã terminou no dia 31 de dezembro do ano 100 d.C., quando haviam decorrido os primeiros 100 anos após o início da era. O século II começou no dia 1 de janeiro do ano 101 d.C., e assim sucessivamente.
Como não existe o ano zero, o intervalo entre os anos 50 a.C. e 50 d.C., por exemplo, é de 100 anos. Outra forma de representar anos é utilizando-se números inteiros, como fazem os astrônomos. Para eles, o ano 1 a.C. corresponde ao ano 0, o ano 2 a.C. ao ano −1, e assim sucessivamente. Os anos depois de Cristo são representados pelos números inteiros positivos, fazendo corresponder o número 1 ao ano 1 d.C.

Considerando o intervalo de 3 a.C. a 2 d.C., o quadro que relaciona as duas contagens descritas no texto é:

a)

Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−1	0	1	2	3

b)

Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−2	−1	0	1	2

c)

Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−2	−1	1	2	3

d)

Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−3	−2	−1	1	2

e)

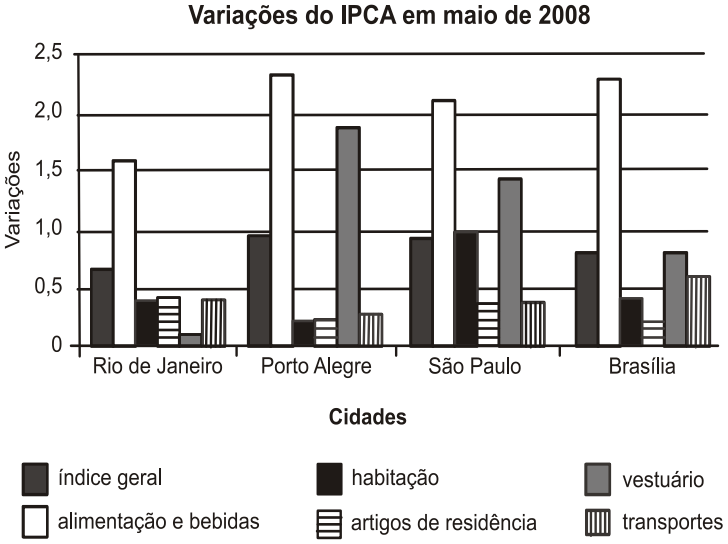
Calendário Atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−3	−2	−1	0	1

25. (Enem 2009) Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valiam, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0.

Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe

a) teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.
b) seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.
c) seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.
d) permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.
e) empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

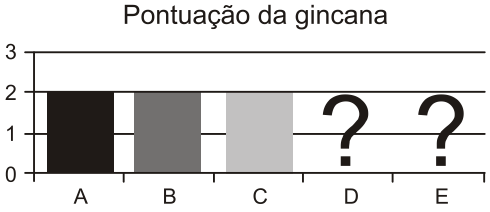
26. (Enem cancelado 2009) Para o cálculo da inflação, utiliza-se, entre outros, o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), que toma como base os gastos das famílias residentes nas áreas urbanas, com rendimentos mensais compreendidos entre um e quarenta salários mínimos. O gráfico a seguir mostra as variações do IPCA de quatro capitais brasileiras no mês de maio de 2008.



Disponível em: http://www.ibge.gov.br. Acesso em: 05 jul. 2008 (adaptado).

Com base no gráfico, qual item foi determinante para a inflação de maio de 2008?
a) Alimentação e bebidas.
b) Artigos de residência.
c) Habitação.
d) Vestuário.
e) Transportes

27. (Enem cancelado 2009) Cinco equipes A, B, C, D e E disputaram uma prova de gincana na qual as pontuações recebidas podiam ser 0, 1, 2 ou 3. A média das cinco equipes foi de 2 pontos.
As notas das equipes foram colocadas no gráfico a seguir, entretanto, esqueceram de representar as notas da equipe D e da equipe E.



Mesmo sem aparecer as notas das equipes D e E, pode-se concluir que os valores da moda e da mediana são, respectivamente,
a) 1,5 e 2,0.
b) 2,0 e 1,5.
c) 2,0 e 2,0.
d) 2,0 e 3,0.
e) 3,0 e 2,0.

28. (Enem 2009) Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R$ 83,00	2007
Novembro	R$ 73,10	2007
Dezembro	R$ 81,60	2007
Janeiro	R$ 82,00	2008
Fevereiro	R$ 85,30	2008
Março	R$ 84,00	2008
Abril	R$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a

a) R$ 73,10.
b) R$ 81,50.
c) R$ 82,00.
d) R$ 83,00.
e) R$ 85,30.

29. (Enem cancelado 2009) Depois de jogar um dado em forma de cubo e de faces numeradas de 1 a 6, por 10 vezes consecutivas, e anotar o número obtido em cada jogada, construiu-se a seguinte tabela de distribuição de frequências.

Número obtido	Frequência
1	4
2	1
4	2
5	2
6	1

A média, mediana e moda dessa distribuição de frequências são, respectivamente

a) 3, 2 e 1
b) 3, 3 e 1
c) 3, 4 e 2
d) 5, 4 e 2
e) 6, 2 e 4

Gabarito:

Resposta da questão 4:
[D]

Considere a tabela abaixo, em que e_j é o índice de eficiência descrito no enunciado.

V_j	T_j	P_j	I_j	$e_j = \frac{T_j \cdot P_j}{I_j}$
Malhada	360	12,0	15	288,0
Mamona	310	11,0	12	284,2
Maravilha	260	14,0	12	303,3
Mateira	310	13,0	13	310,0
Mimosa	270	12,0	11	294,5

Por conseguinte, a vaca que apresentou o melhor índice de eficiência foi a Mateira.

Resposta da questão 5:
[C]

De acordo com o gráfico, o polo com maior crescimento foi o de Guarulhos, e o menor, a capital de São Paulo. Por conseguinte, a diferença pedida é $60,52 - 3,57 = 56,95\%$.

Resposta da questão 6:
[C]

De acordo com o gráfico, tem-se que $200 \cdot 0,25 = 50$ hotéis cobram diárias de $R\$\ 200,00$; $200 \cdot 0,25 = 50$ hotéis cobram diárias de $R\$\ 300,00$; $200 \cdot 0,4 = 80$ hotéis cobram diárias de $R\$\ 400,00$ e $200 \cdot 0,1 = 20$ hotéis cobram diárias de $R\$\ 600,00$.

Considere a tabela abaixo, em que x_i é o valor da diária, em reais, para um quarto padrão de casal, f_i é a frequência simples absoluta e F_i é a frequência absoluta acumulada.

x_i	f_i	F_i
200	50	50
300	50	100
400	80	180
600	20	200
	$n = \sum f_i = 200$	

Portanto, como $E_{M_d} = \frac{n}{2} = \frac{200}{2} = 100$, segue-se que o valor mediano da diária é

$$M_d = \frac{300 + 400}{2} = R\$\ 350,00.$$

Resposta da questão 7:
[B]

Considere a seguinte tabela.

Avaliador	x_i	y_i	$x_i + y_i$
A	18	16	34
B	17	13	30
C	14	1	15
D	19	14	33
E	16	12	28
			$\sum (x_i + y_i) = 140$

Logo, a média anterior é dada por

$$m = \frac{140}{10} = 14.$$

Descartando-se a maior e a menor notas, obtém-se

$$m' = \frac{140 - 1 - 19}{8} = 15.$$

Portanto, a nova média, em relação à média anterior, é $15 - 14 = 1{,}00$ ponto maior.

Resposta da questão 8:
[E]

De acordo com o gráfico, a maior venda absoluta ocorreu em Junho e a menor em Agosto.

Resposta da questão 9:
[E]

De acordo com a tabela, um jovem entre 12 e 18 anos gasta $5 \cdot 5 + 2 \cdot 1 = 27$ horas de seu tempo, durante a semana inteira, com atividades escolares.

Resposta da questão 10:
[B]

Colocando os dados em ordem crescente, temos:

181419, 181796, 204804, 209425, 212952, 246875, 255415, 290415, 298041, 305088.

A mediana (Ma) é a média aritmética dos dois termos centrais da sequência acima.

$$Ma = \frac{212952 + 246875}{2} = 229\ 913{,}5.$$

Resposta da questão 11:
[E]

Como o gráfico correspondente ao ano 2007 apresenta a menor extensão de gelo marítimo em setembro, podemos concluir que houve maior aquecimento global nesse ano.

Resposta da questão 12:
[E]

$$\text{Desvio padrão} = \frac{90\ \text{kg}}{30000\ \text{m}^2} = \frac{30\ \text{kg}}{10000\ \text{m}^2} = \frac{\frac{1}{2}\text{saca}}{\text{hectare}}.$$

Logo, a variância pedida será dada por:

$$\left(\frac{\frac{1}{2}\text{saca}}{\text{hectare}}\right)^2 = \frac{1}{4}(\text{saca}/\text{hect})^2.$$

Resposta da questão 13:
[E]

Fazendo M + w + = 7,3, temos:

$$7{,}3 = -10{,}7 + \frac{2}{3} \cdot \log_{10} M_o$$

$$18 = \frac{2}{3} \cdot \log_{10} M_o$$

$$27 = \log_{10} M_o$$

$$M_o = 10^{27}$$

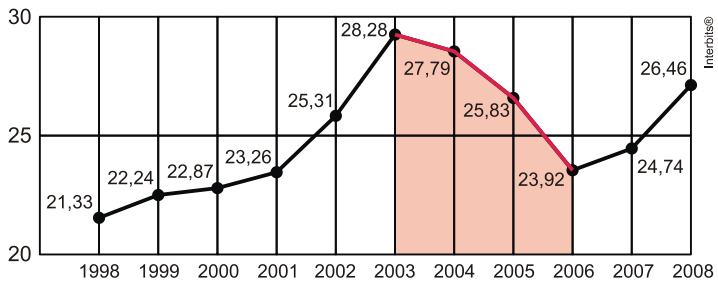
Resposta da questão 14:
[B]

Colocando os dados em ordem crescente.
13,5/ 13,5/ 13,5/ 13,5/ 14/ 15,5/ 16/ 18/ 18/ 18,5/ 19,5/ 20/ 20/ 20/ 21,5;

A média é 17 °C, pois todas as alternativas apresentam este valor como resposta.
A mediana é o termo central de distribuição em ordem crescente. Portanto, a mediana é o oitavo termo, ou seja, 18;
A moda é 13,5, pois é o termo que apresenta maior frequência (4 vezes).

Resposta da questão 15:
[C]

O período de queda foi entre 2003 e 2006:



Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). **Almanaque abril 2010.** São Paulo: Abril, ano 36 (adaptado).

Resposta da questão 16:
[B]

$$\frac{85{,}56}{185} - \frac{16{,}73}{100} = 0{,}46 - 0{,}17 = 0{,}29$$

Resposta [B].

Resposta da questão 17:
[C]

$\frac{25}{100} \cdot 279 \simeq 70$ (mais de 50 e menos de 75).

Resposta da questão 18:
[B]

Alternativa B, pois o desvio padrão nos mostra qual candidato manteve uma maior regularidade (proximidade da média), já que as médias foram iguais.

Resposta da questão 19:
[E]

As duas maiores produções foram em 2008 e 2009, logo este biênio apresentou maior produção acumulada.

Resposta da questão 20:
[C]

A equipe campeã será aquela que apresentar a moda mais próxima da média estabelecida e cujo desvio-padrão seja o menor. Portanto, a equipe III foi a campeã.

Resposta da questão 21:
[B]

Colocando os dados em ordem crescente temos:
4,5,5,6,6,6,6,6,6,7,7,,8,8,9,9,10,13
Logo, a mediana será a média aritmética dos dois termos centrais:

Mediana = $\frac{6+7}{2} = 6,5$

Resposta da questão 22:
[E]

$$\text{média} = \frac{0.5 + 1.3 + 2.4 + 3.3 + 4.2 + 5.2 + 7.1}{20} = 2,25$$

$\text{mediana} = \frac{2+2}{2} = 2$ (média aritmética dos termos centrais).
moda = 0 (nota de maior frequência).

Resposta da questão 23:
[D]

A categoria que está mais exposta é aquela que apresenta o menor percentual de indivíduos imunizados. Portanto, do gráfico, temos que os adultos entre 20 e 29 anos estão mais expostos ao vírus da gripe A-H1N1.

Resposta da questão 24:
[B]

Adotando 0 para 1 a.C. temos a seguinte tabela como verdadeira.

Calendário atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−2	-1	0	1	2

Resposta da questão 25:
[D]

A maior mediana possível para a terceira equipe aconteceria se o aluno que faltou tivesse tirada 8, 9 ou 10.

No exemplo suponha sua nota 10.
Rol 6; 6,5; 6,5; 7; **7; 8**; 8; 10; 10. 10

$M_e = \frac{7+8}{2} = 7,5$

Permaneceria na terceira posição, independente da nota obtida.

Resposta da questão 26:
[A]

As barras verticais do item alimentação e bebida são as mais altas em todas as 4 cidades.
Logo o item determinante para a inflação foi alimentação e bebidas.

Resposta da questão 27:
[C]

A soma dos pontos das equipes C e D precisa ser 4. (para que a média seja 2)
Logo as notas de C e D podem ser respectivamente 2 e 2 ou 1e 3 ou 3 e 1.
Colocando as notas em ordem crescente temos:

Possibilidade 1. 1_ 2_2_2_3

Moda = 2 (maior frequência) e mediana = 2 (termo central)

Possibilidade 2. 2_2_2_2_2

Moda = 2 e Mediana = 2

Resposta da questão 28:
[D]

Rol 73,10 81,60 82,00 **83,00** 84,00 84,60 85,30
Mediana = 83,00(termo central)

Resposta da questão 29:
[B]

$$\text{Média} = \frac{4.1+2+2.4+2.5+1.6}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

$$\text{Mediana} = \frac{\text{quinto termo} + \text{sexto termo}}{2} = \frac{2+4}{2} = 3$$

Moda = 1 (maior frequência)

Equações

1. (Enem 2013) Um dos grandes problemas enfrentados nas rodovias brasileiras é o excesso de carga transportada pelos caminhões. Dimensionado para o tráfego dentro dos limites legais de carga, o piso das estradas se deteriora com o peso excessivo dos caminhões. Além disso, o excesso de carga interfere na capacidade de frenagem e no funcionamento da suspensão do veículo, causas frequentes de acidentes.
Ciente dessa responsabilidade e com base na experiência adquirida com pesagens, um caminhoneiro sabe que seu caminhão pode carregar, no máximo, 1500 telhas ou 1200 tijolos.

Considerando esse caminhão carregado com 900 telhas, quantos tijolos, no máximo, podem ser acrescentados à carga de modo a não ultrapassar a carga máxima do caminhão?
a) 300 tijolos
b) 360 tijolos
c) 400 tijolos
d) 480 tijolos
e) 600 tijolos

2. (Enem 2010) O Salto Triplo é uma modalidade do atletismo em que o atleta dá um salto em um só pé, uma passada e um salto, nessa ordem. Sendo que o salto com impulsão em um só pé será feito de modo que o atleta caia primeiro sobre o mesmo pé que deu a impulsão; na passada ele cairá com o outro pé, do qual o salto é realizado.

Disponível em: www.cbat.org.br (adaptado).

Um atleta da modalidade Salto Triplo, depois de estudar seus movimentos, percebeu que, do segundo para o primeiro salto, o alcance diminuía em 1,2 m, e, do terceiro para o segundo salto, o alcance diminuía 1,5 m. Querendo atingir a meta de 17,4 m nessa prova e considerando os seus estudos, a distância alcançada no primeiro salto teria de estar entre
a) 4,0 m e 5,0 m.
b) 5,0 m e 6,0 m.
c) 6,0 m e 7,0 m.
d) 7,0 m e 8,0 m.
e) 8,0 m e 9,0 m.

3. (Enem 2010) Uma escola recebeu do governo uma verba de R$ 1000,00 para enviar dois tipos de folhetos pelo correio. O diretor da escola pesquisou que tipos de selos deveriam ser utilizados. Concluiu que, para o primeiro tipo de folheto, bastava um selo de R$ 0,65 enquanto para folhetos do segundo tipo seriam necessários três selos, um de R$ 0,65, um de R$ 0,60 e um de R$ 0,20. O diretor solicitou que se comprassem selos de modo que fossem postados exatamente 500 folhetos do segundo tipo e uma quantidade restante de selos que permitisse o envio do máximo possível de folhetos do primeiro tipo.

Quantos selos de R$ 0,65 foram comprados?
a) 476
b) 675
c) 923
d) 965
e) 1 538

4. (Enem 2009) Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R$ 7,00.

De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas?
a) R$ 14,00.
b) R$ 17,00.
c) R$ 22,00.
d) R$ 32,00.
e) R$ 57,00.

5. (Enem 2004) Em quase todo o Brasil existem restaurantes em que o cliente, após se servir, pesa o prato de comida e paga o valor correspondente, registrado na nota pela balança. Em um restaurante desse tipo, o preço do quilo era $R\$\ 12{,}80$. Certa vez a funcionária digitou por engano na balança eletrônica o valor $R\$\ 18{,}20$ e só percebeu o erro algum tempo depois, quando vários clientes já estavam almoçando. Ela fez alguns cálculos e verificou que o erro seria corrigido se o valor incorreto indicado na nota dos clientes fosse multiplicado por
a) $0{,}54$.
b) $0{,}65$.
c) $0{,}70$.
d) $1{,}28$.

e) $1{,}42$.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[D]

Sejam x e y, respectivamente, o peso de uma telha e o peso de um tijolo. Logo,

$$1500x = 1200y \Leftrightarrow y = \frac{5x}{4}.$$

Se n é o número máximo de tijolos que o caminhão pode transportar quando está carregado com 900 telhas, então

$$900x + ny = 1500x \Leftrightarrow n \cdot \frac{5x}{4} = 600x$$
$$\Leftrightarrow n = 480.$$

Resposta da questão 2:
[D]

x + (x – 1,2) + (x – 1,2 – 1,5) = 17,4
3x – 3,9 = 17,4
3x = 21,3
x = 7,1m

Resposta da questão 3:
[C]

500(0,65 + 0,60 + 0,20) + x.0,65 = 1000
0,65x + 725 = 1000
0,65x = 275
x = 423,076 (423 selos)

Logo, deverão ser comprados 923 (500 + 423) selos de R$ 0,65.

Resposta da questão 4:
[D]

X é a cota de cada participante.

50.7 + 5x = 510 ⇔ 5x = 510 – 350 ⇔ 5x = 160 ⇔ x = 32,00

Resposta da questão 5:
[C]

Sem perda de generalidade, suponhamos que o prato de um cliente tenha "pesado" 1kg. Logo, o valor a ser pago por esse cliente seria de $x = 12{,}80$ reais. Porém, devido ao erro da funcionária, a conta do cliente será de $18{,}20$ reais. Portanto, queremos calcular y tal que

$$y \cdot 18{,}2 = 12{,}8 \Rightarrow y \cong 0{,}70.$$